Een waarnemingsgreep van resultaten

Waarde professor Baarda,

Voortbouwend op het werk van u en uw medewerkers is de laatste tien jaar grote vooruitgang geboekt op het terrein van de mathematische geodesie. Ter illustratie hiervan een kleine waarnemingsgreep van resultaten die door het LGR zijn gerealiseerd.

Prof. dr. ir. Peter J. G. Teunissen, TU Delft, Laboratorium voor Geodetische Rekentechniek. Gepromoveerd in 1985. Titel proefschrift: „The Geometry of Geodetic Inverse Linear Mapping and Nonlinear Adjustment".

Het ingeschakelde mathematisch model wordt vormgegeven door de twee-eenheid functiemodel (1e moment) en kansmodel (2e en eventueel hogere momenten). Op de bepaling van 1e momenten die functies zijn van geheeltallige grootheden, heeft het eerste voorbeeld betrekking. Het tweede voorbeeld heeft betrekking op de bepaling van functies van 2e momenten, terwijl het laatste voorbeeld de recursieve toetsing van 1e momenten betreft. Deze waarnemingsgreep schetst de „puzzelstukjes" die inmiddels op hun plaats zijn gevallen, maar ook de hiaten die in het huidige raamwerk nog zijn aan te wijzen.

Vereffeningstheorie voor geheeltallige grootheden

Met de methoden van de klassieke vereffeningstheorie is het niet mogelijk kleinste kwadraten oplossingen te bepalen voor geheeltallige parameters. Resultaten, gekoppeld aan concepten als lineariteit, overtalligheid en rang, die zo vanzelfsprekend lijken in het standaard-raamwerk, verliezen hun geldigheid op het moment dat de eis van geheeltalligheid wordt opgelegd. Eind jaren tachtig zagen we ons dan ook genoodzaakt de standaard-theorie uit te breiden vanwege de rol die de fasemeerduidigheden spelen in het GPS-functiemodel. Deze noodzaak werd bovendien nog eens extra gevoeld door de onvrede over de indertijd gebruikte methoden van „ambiguity resolution". Deze methoden waren inefficiënt, bovendien niet algemeen geldig en soms zelfs aantoonbaar fout. Na een aantal „valse starts" is het begin jaren negentig gelukt de bestaande theorie uit te breiden, zodat nu wèl het geheeltallige karakter van de parameters op een consistente en efficiënte wijze in de gegevensverwerking kan worden verdisconteerd [1]. De theorie heeft zijn implementatie gevonden in wat nu de „least-squares ambiguity decorrelation adjustment" (LAMBDA) methode wordt genoemd en is inmiddels ook bij verschillende buitenlandse instituten in gebruik [2]. In tegenstelling tot de ad hoc methoden die voorheen werden gebruikt, is deze methode algemeen toepasbaar en derhalve ook te gebruiken bij de grote verscheidenheid aan GPS-modellen die men zich kan voorstellen. Voorbeelden zijn het geometrie-vrije GPS-model, het GPS-standbepalingsmodel, de statische of kinematische enkele basislijnmodellen en de statische of kinematische netwerkmodellen, met of zonder medeneming van de ionosferische vertragingen. Ook de nog steeds populaire „widelaning"-techniek heeft nu zijn logische plaats in de theorie gevonden. Aangetoond kan worden dat de „widelane" slechts de eerste stap is in de constructie van de decorrelerende meerduidigheidstransformatie.

Hoewel een vereffeningstheorie voor geheeltallige grootheden nu voorhanden is, geldt dit helaas nog niet voor de toetsingstheorie. Ook hier hebben we met een lastig probleem te maken. Willen we immers de geheeltallige kleinste kwadraten schatters kunnen valideren, dan zullen we toch eerst de kansdichtheidsfunctie van deze schatters moeten kennen. En hier ligt nu nog steeds het probleem (zie ook de eenvoudige illustratie in [3]); dat wil zeggen: een strenge beschrijving van de discrete kansdichtheidsfunctie ontbreekt nog steeds. Gelukkig is in de laatste jaren op dit gebied wel enige vooruitgang geboekt. Een objectieve kwantificering van het vertrouwen dat gesteld mag worden in de geheeltallige oplossing is echter, strikt genomen, nog steeds niet goed mogelijk.

Vereffeningstheorie voor tweede momenten

Onder de veronderstelling dat het kansmodel voldoende bekend is, hebben de vereffening en toetsing zich in het verleden voornamelijk beperkt tot het functiemodel. De ervaring leert echter dat deze veronderstelling tegenwoordig in veel gevallen niet meer houdbaar is. Als gevolg hiervan zal het kansmodel, net zoals dit met het parametrische functiemodel het geval is, vaak nog onbekende, te bepalen parameters in zich herbergen. Dit betekent dat ook voor het kansmodel een passende vereffenings- en toetsingstheorie moest worden ontwikkeld. Voor de vereffening is dit gelukt, voor de toetsing echter nog niet helemaal. Op het gebied van de vereffening was al een aantal belangrijke methoden beschikbaar, zoals die van de variantie-componenten schatting. De principes waarop deze methoden waren gebaseerd, lieten zich echter moeilijk verenigen met de principes waarop de standaard vereffeningstheorie voor het functiemodel is gebaseerd. Bovendien hebben variantie-componenten slechts betrekking op een deel van het kansmodel. Het formuleren van een integraal vereffenings-

In: Geodesia, no. 7/8, July/August 1997, p. 331-332.

raamwerk voor zowel het functiemodel als het kansmodel was via deze weg dus niet mogelijk. De weg die uiteindelijk wel tot de gezochte oplossing heeft geleid, werd gevonden toen duidelijk werd hoe het kansmodel moest worden geformuleerd, opdat het de rol van het parametrische „functiemodel" van de tweede momenten kon gaan spelen. Deze doorbraak heeft ertoe geleid dat we nu over een kleinste kwadraten vereffeningstheorie beschikken voor zowel het functie- als het kansmodel [4]. Hoewel zeker nog niet alle mogelijkheden van de theorie zijn verkend, is wel al de logische plaats in het raamwerk van een aantal „oude" resultaten aan te geven. Zo kan worden aangetoond dat onder enkele vereenvoudigende aannamen de kleinste kwadraten oplossing van het kansmodel reduceert tot de bekende oplossingen van de variantie-componenten schatting. Daarbij wordt dan tevens „gratis" de variantiematrix van deze variantie-componenten meegeleverd. Ook op het terrein van het bepalen van vervangingsmatrices en het testen van precisie middels criterium-matrices vindt de theorie zijn toepassingen. Zo kan bijvoorbeeld fraai een verband worden aangetoond tussen de grootste eigenwaarde van het algemene eigenwaarde-probleem en de in absolute zin grootste „w-toets" waarde van het kansmodel. Voor alle duidelijkheid, dit is niet de gebruikelijke w-toets voor het toetsen van een alternatief functiemodel, maar zijn tegenhanger waarmee tegen een alternatief kansmodel kan worden getoetst.

Kwaliteitsbeheersing van dynamische systemen

In de afgelopen tien jaar heeft de dynamische gegevensverwerking een grote vlucht genomen. Vooral de recursieve vereffeningsmethoden, zoals het Kalman-filter, zijn enorm in gebruik toegenomen. Op basis van de door u ontwikkelde toetsingstheorie [5] is een veralgemenisering van de theorie gevonden, waarmee het cruciale „real-time" karakter van de dynamische gegevensverwerking geen geweld wordt aangedaan [6]. De ontwikkelde detectie, identificatie en adaptatie (DIA) procedure is geheel recursief en kan dus relatief eenvoudig in het recursieve Kalman-filter worden ingepast. Typische kenmerken van de procedure zijn dat de zogenaamde voorspelde residuen de rol hebben overgenomen van de kleinste kwadraten correcties, dat variabele toetsvensters worden gebruikt om voldoende betrouwbaarheid te garanderen, dat naast het type modelfout tevens het begintijdstip van optreden wordt geïdentificeerd en dat na identificatie ook de adaptatiestap recursief kan worden uitgevoerd. De procedure is inmiddels bij verschillende toepassingen in gebruik. Zo worden de data van de referentiestations van het Nederlandse AGRS ermee gecontroleerd [7]. Andere voorbeelden zijn [8], [9], [10], maar ook [11] en [12], waarin ten behoeve van de United Kingdom Offshore Operators' Association (UKOOA) gerapporteerd wordt over de „Delftse methode" als de aan te bevelen methode voor kwaliteitsbewaking in de dynamische „offshore surveying".

Het zal u ongetwijfeld deugd doen te weten welke ontwikkelingen we hebben doorgemaakt. Hoewel het raamwerk dat me voor ogen staat nog lang niet af is, zal de aanpak die ik mede door uw werk heb geleerd, een blijvende steun zijn bij het vinden van oplossingen voor de nog openstaande problemen. Grote bewondering heb ik ook voor uw nog steeds onvermoeibare interesse in ons vak. Ons contact en de discussies over uiteenlopende onderwerpen heb ik altijd plezierig gevonden. Ik hoop dan ook dat we dit contact nog lang mogen onderhouden.

Literatuur

[1] Teunissen, P. J. G., *Least-squares estimation of the integer GPS ambiguities.* LGR-publicatie no. 6, 1993.

[2] Jonge, P. J. de, C. C. J. M. Tiberius, *The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects.* LGR-publicatie, no. 12, 1996.

[3] Teunissen, P. J. G., *GPS op afstand bekeken.* Lustrumboek Snellius 1985-1990 "Een halve eeuw in de goede richting", p. 215 - 233, 1990.

[4] Teunissen, P. J. G., *Towards a least-squares framework for adjusting the stochastic model.* Intern LGR-rapport, 1988.

[5] Baarda, W., *A testing procedure for use in geodetic networks.* Neth. Geod. Comm., vol. 2, no. 5, 1968.

[6] Teunissen, P. J. G., *An integrity and quality control procedure for use in multi sensor integration.* Institute of Navigation GPS-90, p. 513 - 522, 1990.

[7] Jong, C. de, *Real-time integrity monitoring of dual frequency GPS observations from a single receiver.* Acta Geod. Geoph., Hungary, Vol. 31 (1 - 2), p. 37 - 46, 1996.

[8] Salzmann, M. A., *Least-squares filtering and testing for geodetic navigation applications.* Neth. Geod. Comm. no. 37, 1993.

[9] Jin, X.X., *A recursive procedure for computation and quality control of GPS differential corrections.* LGR-publicatie no. 8, 1995.

[10] Gillissen, I. en I. A. Elema, *Test results of DIA: a real-time adaptive integrity monitoring procedure used in an integrated navigation system.* International Hydrographic Review, 73 - 1, p. 75 - 103, 1996.

[11] Cross, P. A. e.a., *Quality measures for differential GPS positioning.* The Hydrographic Journal, no. 72, p. 17 - 22, 1994.

[12] Zinn, N. en P. J. V. Rapatz, *Reliability analysis in marine seismic networks.* The Hydrographic Journal, no. 76, p. 11 - 18, 1995.