

## **De Geodetische Lijn**

Rede,  
uitgesproken bij de aanvaarding van het  
ambt als hoogleraar in de Mathematische  
Geodesie en Landmeetkunde aan de Facul-  
teit der Geodesie van de Technische Uni-  
versiteit Delft, op vrijdag 7 december 1990

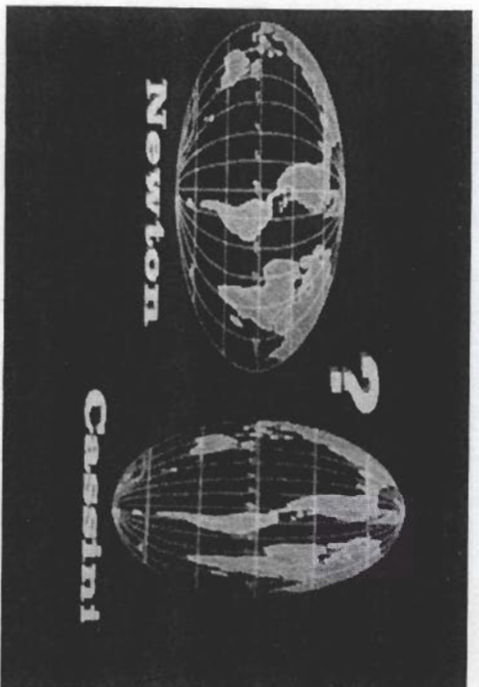
door Prof. Dr. Ir. P.J.G. Teunissen

Mijnheer de Rector Magnificus en Be-  
stuur, Collegae hoogleraren en andere  
leden van deze universitaire gemeen-  
schap,  
Zeer geëerde gasten,  
Dames en heren,

## 1 Inleiding

'In 1699, 13 jaar nadat Newton zijn befaamde Gravitatie Wet publiceerde in zijn 'PRINCIPIA', vertrekt een jongeman met de naam Lemuel voor een zeereis naar de Grote Oceaan. Na een aanvankelijk voorspoedige reis komt zijn schip 'de Antilope' op ongeveer 30 graden zuiderbreedte in geweldig noodweer terecht. De aanhoudende storm doet het schip uiteindelijk te pletter slaan tegen de rotsen. Lemuel spoelt als enige opvarende laveloos, maar levend, aan op een klein eiland ten noordwesten van het Anthony van Diemenland, het huidige Tasmanië. Lemuel wordt direct door de eilandbewoners gevangen genomen, maar weet toch na verloop van tijd hun vertrouwen te winnen. Zozeer zelfs, dat hij van de binnen- en buitenlandse moeilijkheden van het kleine rijk op de hoogte wordt gebracht. Het geval wil namelijk, dat de eilandbewoners al geruime tijd een gewelddadige en verbitterde strijd voeren met de bewoners van een naburig eiland en wel over de serieuze kwestie hoe men de eieren stuk dient te maken; aan de stompe of aan de spitse punt.'

Met deze woorden, dames en heren, leidde Jonathan Swift zijn beroemde en controversiële boek 'Gulliver's Travels' in. In dit in 1726 gepubliceerde boek neemt hij stelling tegen de toenmalige Britse samenleving. Hij drijft daarbij op onderhou-  
dende, maar tevens onbarmhartige wijze, de spot met de kerk, de overheid, maar vooral ook de wetenschappers. Ik ben zo vrij geweest in het geschil tussen de Lillyputers en de Blufscianen de analogie te zien met een in die tijd zeer belangrijk geodetisch dispuut. Een dispuut tussen de aanhangers van Newton en die van Cassini over de vraag hoe onze aarde is afgeplat; aan de polen of aan de evenaar (figuur 1). Door tussenkomst van de Franse academie van wetenschappen kwam er in 1735 een einde aan dit dispuut. Er werden nieuwe en preciezere breedtegraadmetingen uitgevoerd, op twee sterk in geografische breedte verschillende lokaties. Dit besliste de strijd uiteindelijk, zoals u weet, in het voordeel van Newton.



Figuur 1: Newton of Cassini?

Met de acceptatie van Newtons theorie begint ook voor de geodesie een nieuw tijdvak. Een tijdvak van toenemende integratie van geometrie en gravimetrie, van positie en potentiaal, van situatie en hoogte, maar vooral ook van statische en dynamische theorieën. Welnu, het is deze geodetische lijn van ontwikkeling, die we vandaag de dag opnieuw in een geweldige stroomversnelling zien geraken. Enerzijds komt dit door de recente theorievorming op het gebied van de geïntegreerde geodesie. Anderzijds komt dit door de zeer omvangrijke mogelijkheden, die de nieuwe methode van de satellietpuntsbepaling in de nabije toekomst zal gaan bieden.

De komende veertig minuten zal ik trachten deze ontwikkelingen in de mathematische geodesie en puntsbepaling voor u te schetsen. Ik zal hierbij beginnen met de satellietpuntsbepaling.

## Satellietpuntsbepaling

De ruimtelijke figuur van de aarde wordt traditioneel vastgelegd door een voldoende aantal representatieve punten, waarvan de onderlinge ligging door middel van terrestrische hoek- en afstandmetingen in een driedimensionaal stelsel wordt bepaald. De terrestrische puntsbepaling heeft de geodeten echter altijd voor praktische problemen geplaatst. De oorzaken hiervan zijn de vereiste van onderlinge zichtbaarheid en het verschijnsel van refractie. De vereiste van onderlinge zichtbaarheid tussen de

punten maakte het voor het overbruggen van grote afstanden noodzakelijk om tussenspinnen in te voeren. Overigens was het Snellius, die dit principe als eerste toepaste in zijn triangulatieconcept. Maar aangezien de tussenspinnen alleen op land te plaatsen zijn, is het met terrestrische methoden bijvoorbeeld nooit gelukt om de continenten met elkaar te verbinden.

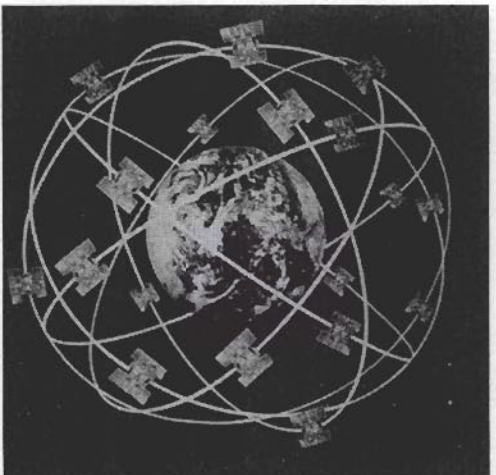
Het verschijnsel van refractie nu zorgt er voor, dat de uit terrestrische trigonometrische metingen verkregen hoogtecomponent altijd zwak bepaald is. Dit is dan ook de voornaamste reden waarom het huidige Europese driehoeksnetwerk in essentie nog steeds een tweedimensionaal netwerk is; een netwerk dus, dat wel de situatie beschrijft maar niet de hoogte.

Met de komst van de eerste satellietpuntsbepalingssystemen in de jaren 60 werden de tekortkomingen van de terrestrische meetmethoden voor een belangrijk deel ondervangen. De satellieten dienden als hulppunten om intercontinentale afstanden te overbruggen en om daarmee het eerste wereldwijde driedimensionale netwerk te realiseren. De eerste satellietpuntsbepalingssystemen waren echter niet voldoende mobiel en niet voldoende precies om een rol van betekenis in de dagelijkse praktijk van de landmeetkunde te kunnen spelen. Welnu, het NAVSTAR Global Positioning System, dat naar verwachting in 1993 volledig operationeel zal zijn, kent de genoemde nadelen niet. Dit systeem zal dan ook bij uitstek geschikt zijn voor de driedimensionale bepaling van de meekundige figuur van de aarde in een wereldwijd referentiestelsel.

## Global Positioning System, GPS

Het Global Positioning System, wat veelal wordt afgekort tot GPS, zal bestaan uit een bijna perfect symmetrische constellatie van in totaal 24 satellieten (figuur 2). Deze zijn verdeeld over 6 baanvlakken en staan op een hoogte van ongeveer 20.000 km. De hoge banen hebben het voordeel, dat de satellieten relatief weinig hinder ondervinden van de wrijving van de atmosfeer en van de grilligheden in het aardse zwaartekrachtsveld. De satellietposities zijn hierdoor in de tijd goed te voorspellen, zodat ze voor veel praktische toepassingen als bekend verondersteld mogen worden. De hoge banen zorgen er tevens voor, dat de satellieten steeds over een groot oppervlak van de aarde simultaan zichtbaar zijn. Hierdoor kan de duur van de statische waarnemingsessies drastisch beperkt worden.



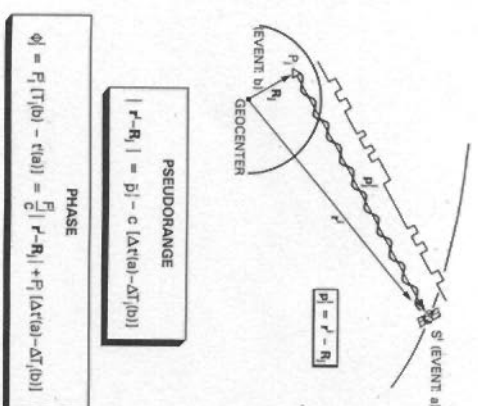


Figuur 2: GPS-constellatie

De door de GPS-satellieten permanent uitgezonden radiosignalen worden in de puntsbepaling hoofdzakelijk voor het verrichten van twee typen waarnemingen aangewend. Dit zijn de zogenaamde pseudoafstandmetingen en de fase-metingen (figuur 3). De pseudoafstandmetingen worden voornamelijk voor de dynamische puntsbepaling gebruikt. De veel preciezere fase-metingen daarentegen zijn bijzonder geschikt voor de statische puntsbepaling.

Fasemeting bij GPS bestaat uit het meten van het faseverschil tussen het door de satelliet uitgezonden signaal en het in de ontvanger gegenereerde signaal. De fase-meting kan, op een aantal onbekende parameters na, als een afstandmeting naar de GPS-satelliet geïnterpreteerd worden. De onbekende parameters hebben een tweeledige oorzaak. Ten eerste is de klok in de ontvanger niet voldoende te synchroniseren met de klokken in de GPS-satellieten. En ten tweede is er vanwege het meten van fractionele fasen sprake van meerduidigheden. De fractionele fase geeft immers geen uitsluitend over het aantal gehele golflengten dat in de afstand van satelliet naar ontvanger past. Het is alsof u een afstand met uw meelat in mm's meet zonder het gehele aantal cm's te kennen.

Het probleem van de meerduidigheden en onbekende kloktremen kan echter worden opgelost door, gedurende een bepaalde periode, een aantal satellieten op verschillende plaatsen simultaan aan te meten. Het is deze relatieve puntsbepalings-



Figuur 3: Pseudoafstand- en fase-meting

methode, die het mogelijk maakt om zo'n geweldige hoge precisie te bereiken. Het beslissende voordeel van de relatieve aanpak is namelijk, dat de invloeden van storingsbronnen, zoals de onzekerheden in de satellietbanen en het effect van ionosfeer en troposfeer op het satelliet signaal, over niet al te grote afstanden tussen de ontvangers, voor een belangrijk deel geëlimineerd kunnen worden. Nu al is duidelijk, dat in de toekomst met de in ontwikkeling zijnde verwerkingsmodellen en betere baanbepalingmethoden een relatieve precisie van tegen de 10-8 haalbaar moet zijn. Stelt U zich eens voor, dat zou betekenen dat we met meting naar satellieten die op een hoogte staan gelijk aan de halve omtrek van de aarde, op een afstand van 1000 km, de spreekwoordelijke naald in de hooiberg terug moeten kunnen vinden.

Hoewel het zover nog niet is en op verschillende deelgebieden van GPS nog het nodige onderzoek verricht zal moeten worden, is wel al duidelijk dat we voor het eerst in de geschiedenis van de puntsbepaling gaan beschikken over een systeem, waarmee we niet al te kostbare ontvangers, met weinig logistiek en een korte meettijd, dag en nacht en onder alle weersomstandigheden, terrestrische punten in positie kunnen bepalen met een relatieve precisie van 10-6 of beter. GPS zal dan ook tot geweldige ingrijpende veranderingen leiden op zowel het gebied van de statische puntsbepaling, als ook op het gebied van de dynamische puntsbepaling.

## 2 Statische Puntsbepaling

Laten we nu eerst de statische puntsbepaling beschouwen en ons afvragen wat de consequenties van GPS voor de huidige landmeetkundige praktijk zullen zijn. Het antwoord op deze vraag kan pas goed gegeven worden als we de geodetische gedachtenlijn, die het inrichten van landmeetkundig werk kenmerkt, als uitgangspunt nemen.

De drie sleutelbegrippen worden hierbij gevormd door:

1. Het werken van het grote naar het kleine
2. Het pseudo kleinste-kwadratisch inpassen van nieuwe metingen
3. De kwaliteitsbeoordeling op basis van relatieve precisie en relatieve betrouwbaarheid.

Het principe van het werken van het grote naar het kleine komt neer op het volgende. In de verffening en de berekening van coördinaten wordt een volgorde gekozen, waarbij eerst een relatief wijdmazig puntenveld wordt berekend. Dit puntenveld levert dan als het ware de nieuwe bekende punten voor verdere verduching. Dit principe wordt hoofdzakelijk door twee redenen ingegeven. Ten eerste door het feit, dat interpolatie boven extrapolatie is te verkiezen. En ten tweede door het feit, dat om praktische redenen altijd een voldoende 'levensduur' van de coördinaten van gegeven punten wordt nagestreefd. De consequentie van het omgewijzigd willen laten van de coördinaten van gegeven punten is echter, dat de metingen van ledere verduchingsstap niet op een strenge kleinste-kwadraatwijze kunnen worden aangesloten. Men wordt dus gedwongen voor een zogenaamde pseudo kleinste-kwadraat aansluiting te kiezen. Gevolg hiervan is echter weer, dat wil het principe van het werken van het grote naar het kleine werkbare blijven, de kwaliteit van de gegeven punten minstens gelijkwaardig, maar liefst een orde beter moet zijn dan de in te passen nieuwe metingen. Wanneer dit niet het geval zou zijn, dan verkrijgen de nieuw ingepaste metingen immers een precisie en betrouwbaarheid, die slechter is dan ze oorspronkelijk hadden. Bovendien, en dat is praktisch gezien veel moeilijker te verteren, zijn dan de kansen groot dat met de nieuwe verduchingsmetingen regelmatig tegenspraken ondekt zullen worden, in het als duurzaam beoogde gegeven puntenveld. Bij het beschikbaar komen van preciezere puntsbepalingssystemen kunnen we dus problemen verwachten bij de aansluiting aan bestaande puntenvelden.

## Problemen bij de aansluiting van Transit aan ED50

Een belangrijk voorbeeld hiervan betreft de problemen, die men eind jaren 70, begin jaren 80 bij de puntsbepaling met het Transit-Dopplersysteem, de voorganger van GPS, op de Noordzee heeft ondervonden. Men was namelijk gedwongen de puntsbepalingresultaten van de Transitmetingen op zee aan te sluiten aan het toenmalige Europese triangulatie netwerk ED50. De belangrijkste reden hiervoor was, dat dit stelsel de juridische grondslag vormde en trouwens nog altijd vormt, voor de verdeling van het continentale plat en de verdeling in concessiegrenzen. Tevens dient het als basis voor alle grensoverschrijdende geodetische projecten. De consequentie van het gebruik van het superieure Transitsysteem was nu, dat de inhomogeniteit in het ED50-systeem al snel voelbaar werd. Deze inhomogeniteit werd nog eens versterkt door de gebrekkige onderlinge vastlegging van de Noordzee-omringende landen. De breedte van de Noordzee en de afwezigheid van eilanden daarin, hebben namelijk in het verleden het realiseren van een terrestrisch netwerk voor de Noordzee tegengehouden. De inhomogeniteiten kwamen onder andere tot uiting in de gevonden discontinuïteiten tussen land en zee, de inconsistente in de puntsbepaling van Noordzee-installaties en het gebrek aan eenduidigheid bij de reconstructie van concessiegrenzen. Deze problemen hadden opgelost kunnen worden, indien men ED50 had kunnen vervangen door het Transistelsel. De reeds eerder genoemde juridische grondslag verhinderde dit echter.

Overigens is het interessant op te merken dat de gevonden discontinuïteiten op de Noordzee, voor een deel gereduceerd en gladgestreken hadden kunnen worden, als men in staat geweest was een strenge pseudo kleinste-kwadraat aansluiting uit te voeren. Zo'n aansluiting bestaat uit twee stappen. Eén die te maken heeft met de definitie van het coördinatenstelsel en één die te maken heeft met de eigenlijke verffening. Allereerst zorgt men er voor, dat de Transitcoördinaten, zowel die van de aansluitpunten op land als die van de nieuwe punten op zee, via een kleinste-kwadraat datumtransformatie, getransformeerd kunnen worden naar het ED50-systeem. Dit was ook de gangbare procedure voor de Noordzee.

In de tweede stap echter, behoren de nieuwe Transitpunten op zee, nu beschreven in ED50, nog een tweede correctie te ondergaan en wel een correctie op basis van de aanwezige correlatie met de punten op land. Het is nu juist deze tweede stap die er bij de puntsbepaling op de Noordzee aan ontbrak. Met een geschikt gekozen veranderingssmatrix voor de Transitpunten, een die we in de mathematische geodesie ook gebruiken bij het aansluiten van kringnetten, hadden de gevonden discontinuïteiten echter voor een belangrijk deel gereduceerd kunnen worden. Bovendien biedt de recentelijk ontwikkelde methode voor het schatten van complete kunstmatrices nu ook



goede mogelijkheden willekeurige covariantestructuren te schatten. Dit zou in de toekomst voor de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting van GPS-metingen op de Noordzee van belang kunnen zijn. De nieuwe methode laat trouwens fraai zien, dat Baarda's lambda-max exact de w-toets is voor het testen van precisie.

### Nieuwe landelijke coördinatenstelsels

Het voorbeeld van de Noordzee illustreert de problemen die men kan verwachten bij de introductie van preciezere puntbepalingssystemen. We hebben tevens gezien, dat een deel van de problemen gereduceerd had kunnen worden. Dit neemt echter niet weg, dat men bij aansluiting aan een minder precies puntenveld blijft zitten met de bezwaartelijke situatie van het regelmatig vinden van tegenspraken. De introductie van het precieze GPS-systeem vormt dan ook de aanleiding de realisatie van nieuwe landelijke coördinatenstelsels te overwegen. Het vervangen of hervereffenen van landelijke coördinatenstelsels dient echter met de nodige zorgvuldigheid te worden uitgevoerd. Het oude coördinatenstelsel zal altijd voor een bepaalde overgangperiode gehandhaafd moeten blijven voor de nodige band met het verleden. Bovendien zal, daar de introductie van nieuwe methoden in de praktijk in het begin toch altijd een wat wilde boel is, nog dringender dan voorheen op bewaking van het bestaande coördinatenstelsel moeten worden toegezien. Wel is het natuurlijk zaak nu al voorbereidingen te treffen voor de introductie en realisatie van een nieuw landelijk coördinatenstelsel.

### EURREF

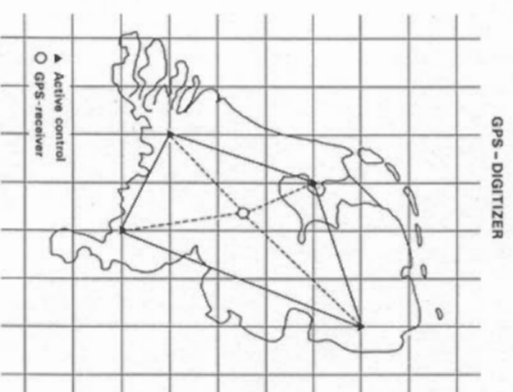
In Europa is inmiddels een voorzichtig begin gemaakt met de realisatie van een nieuw driedimensionaal uniform referentiestelsel. Dit stelsel wordt aangeduid met de naam EURREF, hetgeen staat voor European Reference Frame. Het bestaat uit een netwerk van 90 punten met onderlinge afstanden tot enkele honderden kilometers en het is in mei 1989 gedurende een GPS-campagne van drie weken bepaald. Vier van de EURREF-punten liggen in Nederland. En een deel van de gegevensverwerking en kwaliteitsanalyse van het EURREF-netwerk wordt momenteel door de sectie mathematische geodesie en puntbepaling uitgevoerd.

Ook voor Nederland onderzoeken we momenteel op welke wijze een nieuw driedimensionaal Rijksnetwerk gerealiseerd moet worden. Dit gebeurt in samenwerking met de praktijkdiensten, de Rijksdriehoeksmeeting van het Kadaster en de Meetkundige Dienst van de Rijkswaterstaat. Wil GPS op grote schaal mogelijk worden, dan zal het nieuwe netwerk de gebruiker in staat moeten stellen eenvoudig

aansluiting te vinden met bestaande referentiestelsels. Daarom is een band met het huidige RD-net nodig en zal dit GPS-netwerk tevens aangesloten moeten kunnen worden aan het definitieve EURREF-netwerk. Voorlopig zal het netwerk bovendien moeten kunnen dienen voor het onderhoud van het huidige RD-puntenveld, dat immers de eerstkomende jaren nog veelvuldig door gebruikers benuut zal worden. Daar GPS de mogelijkheid biedt om snel, eenvoudig en precies grote afstanden te overbruggen, zal te zijner tijd kunnen worden volstaan met een GPS-netwerk, dat wijdmaziger is dan het huidige RD-net.

### GPS-digitizer

Momenteel wordt tevens onderzocht of in de toekomst met enkele zogenaamde actieve GPS-grondslagpunten kan worden volstaan. Actieve grondslagpunten zijn punten waarop permanent een geavanceerde GPS-ontvanger staat opgesteld, die continu fasemetingen naar de overkomende satellieten uitvoert. Door GPS-gebruikers over deze gegevens te laten beschikken, kunnen eenvoudig relatieve posities ten opzichte van de actieve grondslagpunten bepaald worden. In dit scenario zouden de mobiele GPS-ontvangers dan de rol van landelijke 'digitizers' krijgen toebedeeld



Figuur 4: GPS-digitizer

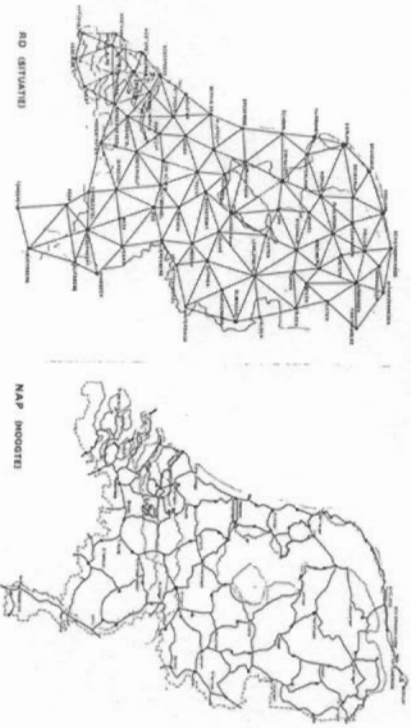
(figuur 4). Wellicht klinkt u dit wat futuristisch in de oren. Het is echter qua precisie zelfs niet uitgesloten, dat met slechts 1 actief grondslagpunt kan worden volstaan. Toch zullen betrouwbaarheidsoverwegingen het noodzakelijk maken, dat niet één, maar een netwerk van actieve grondslagpunten wordt gerealiseerd. Immers, de gebruikers moet altijd de mogelijkheid van controle op het eigen werk geboden kunnen worden.

### 3 Gevolgen van GPS voor hoogtebepaling

Dames en heren,

Tot nu toe heb ik me beperkt tot de gevolgen van de introductie van het GPS-systeem voor de bepaling van situatie. GPS is echter een driedimensionaal puntbepalingssysteem. Het ligt dus voor de hand de derde component, de hoogte, in een integraal 3D-GPS-netwerk te betrekken. Hiermee zouden de huidige 2D en 1D netwerken, waarbij situatie en hoogte strikt gescheiden zijn, geïntegreerd kunnen worden (figuur 5). Nu moeten we echter even een pas op de plaats maken en ons afvragen wat we onder het concept hoogte verstaan. Want 2D plus 1D hoeft beslist nog geen 3D te zijn. Als we spreken over hoogte, dienen we goed onderscheid te maken tussen het geometrische en het gravimetrische concept. Het onderscheid is weliswaar voor veel praktische toepassingen subtiel, maar niettemin toch zeer essentieel.

De beide hoogteconcepten onderscheiden zich onder andere in de definitie van hun referentievlakken, ofwel niveauvlakken. Voor het geometrische hoogteconcept is



Figuur 5: RD- en NAP-net

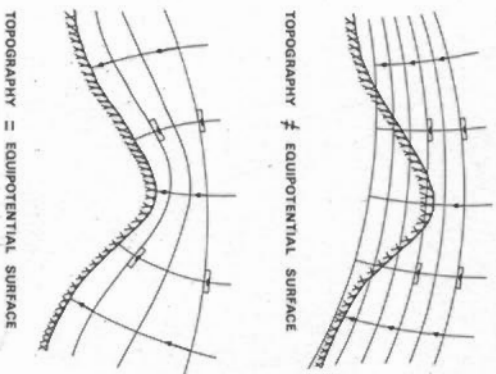
het type niveauvlak niet essentieel. Het zou bijvoorbeeld een plat vlak of een bol kunnen zijn. Vanwege de afgeplatte vorm van de aarde is het echter gebruikelijk voor een omwentelingsellipsoïde te kiezen, die in het middelpunt van de aarde gecentreerd is. We spreken dan van ellipsoïdische hoogte. Het geometrische hoogteconcept hoort dus bij een zuiver meetkundige beschrijving van de aarde, zonder dat er enige band bestaat met het aardse zwaartekrachtsveld.

GPS kan ons deze hoogte leveren. Het is echter niet de hoogte die door de meeste eendimensionale netwerken beschreven wordt. Deze netwerken beschrijven namelijk gravimetrische hoogten.

#### Het geometrische en gravimetrische hoogteconcept

Maar wat is nu precies het verschil tussen geometrische en gravimetrische hoogten? Dat kan denk ik het beste aan de hand van een voorbeeld geïllustreerd worden.

Stelt u zich eens voor, dat u in het mooie Limburgse landschap een wandeling aan het maken bent. Met uw beide ogen ziet u diepte en kunt u boven van onder onderscheiden. Kortom, u bent in staat om geometrische hoogteverschillen waar te nemen. Veronderstel, dat u vervolgens uw ogen sluit en door een gids bij de hand genomen wordt. Hoogteverschillen ziet u nu niet meer, maar voelen doet u ze wel. Het



Figuur 6: Equipotentiaalvlakken

beklimmen van een berg kost u namelijk energie; hoe hoger de berg, des te meer energie kost het u om de top te bereiken. Dit energieverlies nu is een maat voor het door u afgelegde gravimetrische hoogteverschil. Het is het gevolg van het feit dat u bij beklimming van de berg een weg aflegt, die niet haaks staat op de lokale zwaartekrachtvectoren (figuur 6).

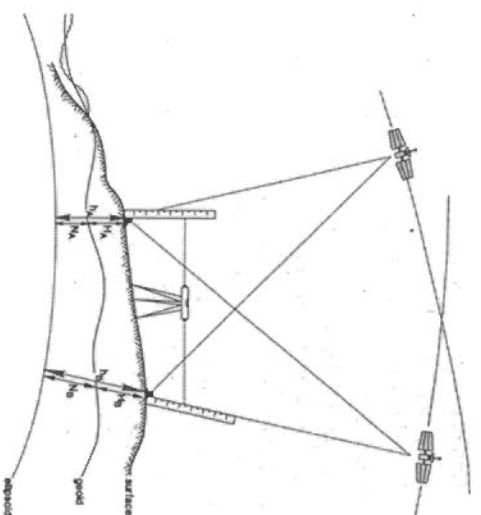
Laat ik dit nog eens wat nader toelichten.

Als de massa van de berg zo groot zou zijn, dat alle lokale zwaartekrachtvectoren haaks op de bergrand zouden staan, dan vormt de bergrand een vlak van gelijke potentiële energie, ofwel een equipotentialvlak. Ten opzichte van deze niveaustreken worden gravimetrische hoogten beschreven. In deze situatie, zou u, nog altijd met uw ogen dicht, het idee krijgen over vlak terrein te wandelen, want ondanks het geometrische hoogteverschil is er dan namelijk geen gravimetrisch hoogteverschil.

Waarom is het onderscheid tussen beide hoogteconcepten nu zo essentieel? Omdat vrij verplaatsbare massa's altijd posities van minimale potentiële energie innemen. Kennis over gravimetrische hoogten en dus over de toestand van potentiële energie van de topografie is daarom van groot praktisch belang. Denkt u bijvoorbeeld maar aan de waterstaatshuishouding. De huidige eendimensionale netwerken beschrijven nu juist deze toestand van potentiële energie van de topografie. De topografische potentiaalverschillen worden hierbij bepaald uit een combinatie van lokale zwaartekrachtmetingen en een netwerk van waterpassingen volgens de regel 'arbeid is kracht maal afgelegde weg'.

## Waterpassen met GPS

Welke rol is nu bij de bepaling van deze potentiaalverschillen voor GPS weggelegd? Op het eerste gezicht lijkt deze er niet te zijn. Uitkomst wordt echter geboden als we gaan denken aan de integratie van geometrische en gravimetrische concepten. De bekende oppervlakteintegraal van Stokes biedt daartoe interessante mogelijkheden. Deze integraal legt namelijk een functioneel verband tussen enerzijds de geometrie van het aardoppervlak en anderzijds de gravimetrische grootheden hierop, te weten potentiaal en zwaartekracht. Met dit functioneel verband moet het dus in principe mogelijk zijn om topografische potentiaalverschillen te bepalen uit een integratie van GPS- en zwaartekrachtmetingen. Hoewel nog verschillende theoretische problemen te overwinnen zijn, in het bijzonder als het gaat om kwaliteitsbeheersing, hebben eerste onderzoeken van deze integratiemethode toch al zeer bemoedigende resultaten opgeleverd. Het is dan ook niet uitgesloten, dat de geschetste integratiemethode de kostbare en tijdvergende lagere orde waterpassingen voor een belangrijk deel zou



Figuur 7: Hoogtemeting met GPS

kunnen gaan vervangen. 'Waterpassen met GPS' lijkt dus voor een aantal toepassingen in de toekomst tot de mogelijkheden te gaan behoren (figuur 7).

## Integratie

Het zojuist geschetste integratieconcept van GPS- en zwaartekrachtmetingen is een goed voorbeeld van een praktische toepassing van de integratiemethoden, die de laatste jaren in de geodesie in ontwikkeling zijn.

Het betekenisvolle van deze theoretische ontwikkeling is, dat het op termijn de mogelijkheid biedt te komen tot een consistent raamwerk ten behoeve van de gezamenlijke bepaling van positie en potentiaal. Zo maakt integratie het in beginsel mogelijk gravimetrische hypothesen streng te toetsen. Het zou dan bijvoorbeeld uitsluitend kunnen geven over de tot nu toe onverklaarde discrepanties tussen de met oceanografische en geodetische methoden bepaalde equipotentialvlakken. Bovendien is het van groot belang voor de wereldwijde separatie van zeespiegelrijzing en verticale korstbewegingen.

Het interessante van de integratie van geometrische- en gravimetrische functionalen is ook, dat men geconfronteerd wordt met sterk uiteenlopende, maar elkaar aanvullende, functiemodellen. Voor de netwerken zijn deze bijvoorbeeld discreet van aard, gebaseerd op meetpuntfunctionalen en overalig. Voor de potentiaalbepaling zijn



deze daarentegen continu van aard, gebaseerd op enkelpuntsfunctionalen en vanwege de eindige waarmeningsgreep onderallig. Bovendien houdt het principe van het werken van het grote naar het kleine voor de gravimetrie in, dat de ruimtemethoden dienen te worden aangesloten op de terrestrische methoden, terwijl dit voor de geometrie, zoals we eerder gezien hebben, nu juist andersom geldt. Het zijn onder andere deze eigenschappen van de functionalen die de ontwikkeling van nieuwe verwerkingsmethoden ten behoeve van integratie noodzakelijk maken.

Door het consequent trekken van de parallel met de traditionele vereffenings- en toetsingstheorie is de laatste jaren op dit gebied al een aantal belangrijke resultaten geboekt. Ik noem de gevonden oplossing voor het overbepaalde geodetisch randwaarde probleem, de hybridnorm methode voor de integratie van discrete en gediscritiseerde functionalen, en tenslotte de spectrale beschrijving van continue netwerken. Niettemin zullen nog verschillende vragen beantwoord moeten worden, voordat we met recht kunnen spreken over een consistent raamwerk van integratiemethoden voor geometrische en gravimetrische concepten: een raamwerk waarbinnen dan de afzonderlijke verwerkingsmethoden automatisch hun plaats zullen vinden.

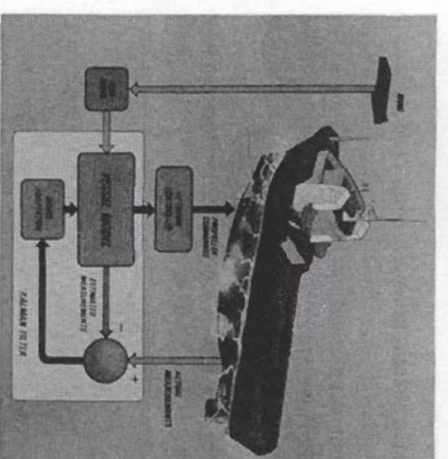
#### 4 Dynamische puntsbepaling

Dames en heren,

Tot nu toe heb ik een aantal nieuwe ontwikkelingen voor u mogen schetsen op het gebied van de statische puntsbepaling en op het gebied van de integratie van geometrische en gravimetrische concepten. De ontwikkelingen in de satellietenpuntsbepaling en de theorievorming op het gebied van de geïntegreerde geodesie hebben echter ook belangrijke consequenties voor de dynamische puntsbepaling.

Tot voor kort heeft het werkterrein van de geodeet, die betrokken was bij de dynamische puntsbepaling, voornamelijk gelegen op zee. Zijn werkzaamheden worden daarbij uitgevoerd ten behoeve van de hydrografie, de offshore-exploratie en meer in het algemeen het zeeonderzoek. Het betreft hier toepassingen, die nauwkeurige en voortdurend beschikbare puntsbepaling vereisen; zoals de positiebepaling van vaartuigen voor opname- en kaartingsdoeleinden, het dynamisch positioneren van platformen en schepen (figuur 8), en de positie- en netwerkbepaling van schip en streamer voor driedimensionale seismische surveys.

Omdat het conceptueel gezien een kleine stap is van de dynamische puntsbepaling naar de algemene navigatie, is het opmerkelijk dat de algemene navigatie altijd een wat aparte rol gespeeld heeft in de geodesie. Hiervoor zijn drie redenen aan te geven. Allereerst stelde de navigatie in vergelijking met de traditionele puntsbepaling over



Figuur 8: Positionering op zee

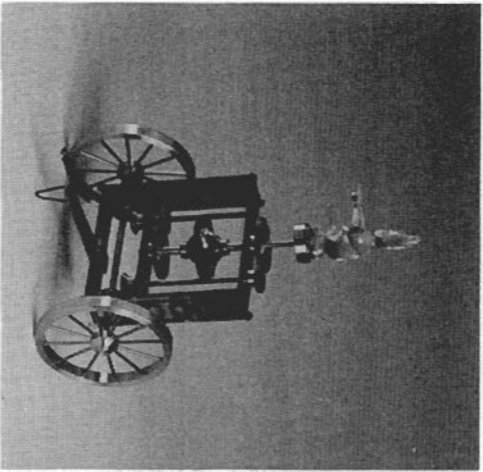
het algemeen geen hoge precisie eisen. Ten tweede was er altijd sprake van een geometrisch eenvoudige en vaak niet eens overvallige enkelpuntsbepaling. En op de derde plaats werden er in de algemene navigatie puntsbepalingssystemen toegepast, die vaak te specifiek waren om voor de geodeet gemeengoed te worden. De laatste jaren zien we echter, dat de in de algemene navigatie toegepaste methoden en technieken een steeds duidelijker verwantschap gaan vertonen met die van de traditionele puntsbepaling. Enerzijds komt dit natuurlijk door de ontwikkeling van het GPS-systeem. Anderzijds, komt ook in de navigatie de nadruk steeds meer te liggen op het ontwerpen van verwerkingsmethoden voor de koppeling van verschillende sensoren tot één geïntegreerd navigatiesysteem. Deze ontwikkeling is mogelijk geworden door de rijping van digitale technieken en microprocessoren, waardoor een verschuiving van hardware naar software is ontstaan. Integratie van navigatiesensoren heeft het grote voordeel, dat het een strenge verwerking van de afzonderlijke gegevensstromen mogelijk maakt. Zij kunnen de elkaar aanvullende en controlerende eigenschappen van de sensoren optimaal benuut worden.

#### Voertuignavigatie

Laat ik dit eens illustreren aan de hand van een eenvoudig voorbeeld uit de voertuignavigatie.

De eenvoudigste manier om een geëgist bestek voor een landvoertuig te maken is het voertuig uit te rusten met sensoren die continu het aantal omwentelingen van de

niet-aangedreven wielen meten. Uit middeling hiervan voor linker en rechter wiel volgt dan de afgelegde weg, terwijl het verschil in omwentelingen de doorlopen richtingsverandering van het voertuig bepaalt. Dit principe van de differentieële odometer is al zo'n 2000 jaar oud en is veelvuldig toegepast. De Chinezen gebruikten het al op hun strijdwagens ver voor de uitvinding van het magnetisch kompas (figuur 9). De wagens werden uitgerust met een wijzende figuur, die op basis van dit principe onafhankelijk van de gevolgde weg, continu de richting naar het vertrekpunt aangaf.



Figuur 9: Chinese strijdwagen, uitgerust met de differentieële odometer

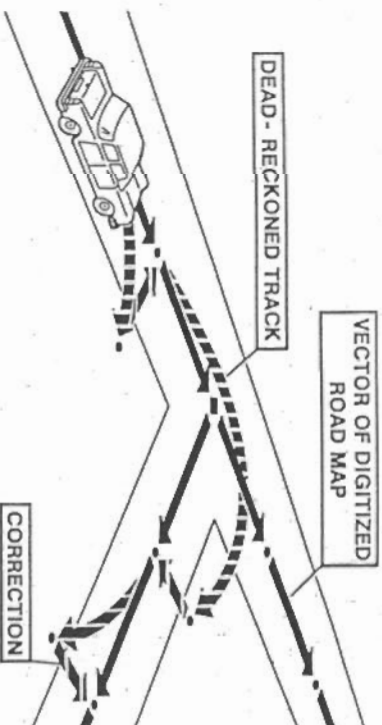
Overigens is de replica, die u op de dia ziet, op kundige wijze vervaardigd bij de instrumentmakerij van de faculteit. Een meer eigentijds voorbeeld van de toepassing van de differentieële odometer, vinden we in de ruimtevaart. Het tijdens de Apollo-missies gebruikte maanwagentje was er namelijk eveneens mee uitgerust. Zo kon de radiale afstand tot de maanlander worden bijgehouden, opdat de bemanning zich niet te ver van de maanlander zou begeven; dit in verband met hun zuurstof voorraad.

Differentieële odometers leggen alleen richtingsveranderingen vast en geven dus geen informatie ten aanzien van het azimut. We kunnen dan ook pas spreken van een landnavigatiesysteem, wanneer de differentieële odometer gecombineerd wordt met een gyrokompas of een magnetisch kompas. Voor de richtingsveranderingen geeft dit voor het eerst overtuiging en dus de mogelijkheid om controles en kansmodel-adaptatie uit te voeren. Op basis van real-time kansmodelschatting kan dan de relatieve

weging van beide sensoren continu in de vereffening worden aangepast. Een belangrijk deel van de veelal laagfrequente modelfouten van de differentieële odometer en de overwegend hoogfrequente modelfouten van het kompas kan zo geëlimineerd worden.

Niettemin zal, volkomen analoog aan het precisiegedrag van een open landmeekundige veelhoek, de uit het geëgist bestek bepaalde voertuigpositie, een steeds toenemende kans op miswijzingen vertonen. Additionele positieinformatie is daarom nodig om het navigatiesysteem op geregelde tijdstippen te kunnen 'updaten'. U kunt dit vergelijken met het aansluiten van een open veelhoek aan een stel in coördinaten gegeven punten. Een methode van 'updaten', die momenteel door verschillende ontwikkelaars van autonavigatiesystemen onderzocht en toegepast wordt, is gebaseerd op het gebruik van een digitale kaart, die in een compacte disc opgeslagen wordt. Deze methode van 'updating' gaat volgens de 3 stappen van detectie, identificatie en adaptatie.

Allereerst, detecteert het verwerkingsalgoritme op basis van het geëgist bestek, welke aaneengesloten segmenten op de digitale kaart gevolgd kunnen zijn. Dit levert een verzameling van alternatieve hypothesen op in de vorm van mogelijke trajecten. Vervolgens wordt hieruit de meest waarschijnlijke hypothese geïdentificeerd. En, zodra een van te voren gekozen waarschijnlijkheidsdrempel wordt overschreden, wordt tenslotte besloten het geëgist bestek te 'updaten'. Het oude functie- en kansmodel wordt dan automatisch aan de nieuw ontstane situatie aangepast, waarmee de kans op miswijzingen overeenkomstig wordt gereduceerd. De digitale kaart fungeert dus als het ware als een hoger orde netwerk voor de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting, van de uit het geëgist bestek bepaalde veelhoekposities (figuur 10).



Figuur 10: Routecorrectie op basis van een digitale kaart



Het juist gegeven voorbeeld van geïntegreerde verwerking heeft weliswaar betrekking op de voertuignavigatie, maar zowel voor de zee- als luchtnavigatie zijn vergelijkbare voorbeelden te geven. Evenals in de dynamische puntsbepaling wordt hierbij gebruik gemaakt van systemen als bijvoorbeeld GPS en Loran-C, en zelfgevoelige traagheidsystemen bestaande uit versnellingsmeters en gyroscopen. Gezien de hier geïllustreerde ontwikkelingen verwacht ik dan ook, dat de geodeet in de toekomst, naast de dynamische puntsbepaling, steeds meer betrokken zal raken bij het ontwerpen van geïntegreerde verwerkingssystemen voor de algemene land-, zee- en luchtnavigatie. Niettemin vereisen de geschetste ontwikkelingen op een aantal punten bijstelling en uitbreiding van de in de mathematische geodesie traditionele methoden van dynamische gegevensverwerking en kwaliteitsbeheersing. Dit geldt zowel voor de vereffening, voor de toetsing, als voor de verkenning. Bovendien vereisen de veelal snel veranderende meetomstandigheden, dat bijzondere aandacht wordt geschonken aan de inschakeling van het model.

### **Uitbreiding van de bestaande theorie**

Om u een indruk te geven van de benodigde bijstelling en uitbreiding, zal ik u een aantal voorbeelden geven op het gebied van respectievelijk de vereffening, de toetsing en de verkenning.

De standaard recursieve methoden voor de real-time vereffening van dynamische systemen volstaan, wanneer er vanuit gegaan mag worden, dat de ingeschakelde functie- en kansmodellen voldoende bekend zijn. Dit is echter voor sommige dynamische toepassingen niet meer het geval. Vooral het ingeschakelde kansmodel van bijvoorbeeld traagheidsystemen mag slechts gedeeltelijk bekend verondersteld worden. Door integratie met GPS wordt dynamische calibratie van het kansmodel van traagheidsystemen echter mogelijk. Maar dit betekent wel, dat er methoden ontwikkeld dienen te worden, die recursieve vereffening en recursieve kansmodelschatting simultaan mogelijk maken.

Ten aanzien van de toetsing kan gesteld worden, dat de recentelijk ontwikkelde methode voor de recursieve detectie, identificatie en adaptatie van modelfouten goede perspectieven biedt voor de real-time kwaliteitsbewaking van dynamische systemen. Dit geldt bijvoorbeeld voor de zogenaamde cycle-slipdetectie bij de integratie van GPS en traagheidsnavigatie. Er zal echter nog onderzoek moeten worden hoe de methode geïntegreerd kan worden met kansmodelschattingmethoden. Bovendien moet worden onderzocht in hoeverre de methode te gebruiken is bij die toepassingen

in het verkeer, waar de radionavigatiesystemen hinder ondervinden van propagatie verstoringen. Afscherming en reflecties van signalen in een stedelijke omgeving zorgen er namelijk voor, dat de GPS-ontvanger geregeld het signaal verliest of op het indirecte signaal inspeelt. Door nu GPS onderdeel uit te laten maken van een geïntegreerd systeem kan het detectie, identificatie en adaptatie algoritme in principe zorg dragen voor het onderdrukken van de reflecties en het overbruggen van perioden van signaalafscherming. De implementatie van het algoritme vereist echter het ontwerpen van speciale signaalprocessors voor GPS-ontvangers. Dit onderzoek nu maakt deel uit van het project 'geïntegreerde navigatiesystemen ten behoeve van verkeer en vervoer'. Dit is een samenwerkingsproject tussen de sectie mathematische geodesie en puntsbepaling, en de vakgroep telecommunicatie en verkeersbegeleidings-systemen van collega Van Willigen.

Naast de real-time toetsing op modelfouten zal ook de verkenning steeds vaker real-time uitgevoerd dienen te worden. Immers, het is bijvoorbeeld in de civiele luchtvaart, uit veiligheidsoverwegingen, van belang om op ieder willekeurig moment te weten wat de kans is op het vinden van modelfouten in het navigatiesysteem. Dit maakt dan ook het ontwerpen van snelle recursieve algoritmen ter beoordeling van de inwendige- en uitwendige betrouwbaarheid noodzakelijk. En hierbij is het interessant op te merken, dat op grond van met name betrouwbaarheidsoverwegingen momenteel door verschillende instituten onderzoek wordt verricht naar de bijdrage, die een zogenaamd 'Wide Area Differential GPS Network' van permanent opgestelde GPS-ontvangers hierbij kan bieden. We komen dus tot de slotsom, dat zowel voor de statische als voor de dynamische puntsbepaling, het toekomstbeeld bepaald lijkt te gaan worden door het concept van de 'GPS-digitizer'.

## **5 Conclusie**

Dames en heren,

Ik heb u vanmiddag aan de hand van enkele concrete voorbeelden in het kort een overzicht willen geven van de huidige ontwikkelingen in de mathematische geodesie en puntsbepaling.

Ik heb laten zien, dat het zeer precieze GPS-systeem tot ingrijpende veranderingen zal leiden op het gebied van de geodetische puntsbepaling. Nu al worden resultaten behaald welke minstens gelijkwaardig zijn aan die van de gebruikelijke netwerken; netwerken, die tot stand gekomen zijn uit tijdrovende verkenningen en metingen. Bovendien zal door GPS de scheiding tussen situatie en hoogte komen te vervallen en



wordt de realisatie van een nationaal wijdmazig driedimensionaal referentiestelsel mogelijk.

Ook heb ik geconstateerd, dat de huidige ontwikkelingen in de dynamische puntsbepaling en navigatie beheerst worden door de inschakeling van GPS en integratie ervan met aanvullende sensoren. Hierdoor vertonen de in de algemene navigatie toegepaste methoden en technieken een steeds duidelijker verwantschap met die van de puntsbepaling. Dit rechtvaardigt dan ook de verwachting dat de geodeet in de toekomst steeds meer betrokken zal kunnen raken bij het ontwerpen van getinte-greede verwerkingssystemen voor de algemene navigatie.

En tenslotte heb ik vastgesteld, dat als gevolg van instrumentale ontwikkelingen en nieuwe theoretische inzichten de indertijd in de mathematische geodesie gekozen uitgangssituatie op een aantal punten bijstelling en uitbreiding behoeft. Dit betreft onder andere de inschakeling van het kansmodel, de dynamische toetsmethodieken en de voor de nieuwe puntsbepalingssystemen te volgen opzet van metingen en optimalisering hiervan naar precisie en betrouwbaarheid.

## 6 Besluit

Tot besluit wil ik graag nog enkele persoonlijke woorden spreken.

Geachte leden van het College van Bestuur en het College van Decanen:

Hierbij wil ik U danken voor het in mij gestelde vertrouwen dat tot uiting komt in mijn benoeming als hoogleraar in de mathematische geodesie en puntsbepaling aan deze universiteit.

Hooggeleerde Baarda:

Ik ben bij U afgestudeerd en gepromoveerd. Als mijn leermester heeft U dan ook in het bijzonder bijgedragen tot mijn wetenschappelijke vorming. Ik dank u daarvoor. Mijn eigen werk zal ik steeds trachten te toetsen aan de mede door u ontwikkelde grondslagen van de mathematische geodesie en puntsbepaling. Daarbij zal mij altijd uw devies voor ogen staan; namelijk, dat het ontwikkelen van een ingenieurstheorie zonder praktische toepassingen een *contradictio in terminis* is.

Hooggeleerde Rummel, beste Reiner:

Het is al weer 4 jaar geleden dat we voor het eerst onze methode voor het oplossen van het overbepaalde geodetische randwaarde probleem publiceerden. De plannen, die we hadden om onze ideeën voor de voortzetting van dit onderzoek te verwezenlijken hebben we echter noodgedwongen enige tijd moeten uitsstellen. Nu jouw decaanschap achter de rug is en voor mij de eerste periode van het inwerken in mijn nieuwe positie is afgerond, hoop ik van harte, dat we weer tijd zullen vinden om de draad van ons gezamenlijke onderzoek op te pakken.

Beste Henk, beste Hans en beste Gyuri:

Als de wetenschappelijke staf van de sectie zijn jullie mij de afgelopen twee jaren tot grote steun geweest. De vernieuwingen in het onderwijs, de toename in het gegeneerde LGR-onderzoek en de bijna verdubbeling van de sectie naar 25 medewerkers zouden onmogelijk zijn geweest, zonder jullie inbreng en inzet. Jullie vriendschap en collegialiteit zijn voor mij dan ook een stimulans om mijn werkzaamheden blijvend met enthousiasme te verrichten.

Leden van de sectie Mathematische Geodesie en Puntsbepaling:

In Putten hebben we ons ambitieuze onderzoeksprogramma voor de sectie opgesteld. Dit heeft ondermeer geresulteerd in een onderverdeling van de sectie in drie onderzoeksgroepen, te weten: de puntsbepalingsgroep, de deformatieanalyse-groep en de navigatiegroep. Iedere groep, zo weet ik, heeft nu zijn draai gevonden en werkt in een goede sfeer van saamhorigheid aan de realisering van de doelstellingen. Ik heb dan ook, gezien een ieders capaciteiten, hoge verwachtingen voor de toekomst.

Mede werkers van de faculteit der geodesie:

Het werken aan onze unieke faculteit heb ik altijd als zeer plezierig ervaren. Ik spreek hierbij dan ook de hoop en verwachting uit, dat we de prettige samenwerking in de toekomst zullen voortzetten.

Dames en heren studenten:

Straks, als ingenieur, dient u zich te realiseren, wat het betekent om voorspellingen te doen of beslissingen te nemen op grond van rekennikomsten, die gebaseerd zijn op de wiskundige verbanden waarin uw metingen zijn gevoegd. Opdat u de confrontatie met de praktijk verantwoordt zult kunnen aangaan, hoop ik u met name dit besef in uw opleiding mee te kunnen geven.

Dames en heren, ik dank u allen voor uw aandacht.