

## STRAPDOWN - EIN TRÄGHEITSNAVIGATIONSKONZEPT FÜR INGENIEURANWENDUNGEN

E.H. KNICKMEYER, K.-P. SCHWARZ, P.J.G. TEUNISSEN

### Zusammenfassung

Strapdown-Trägheitsnavigationssysteme erlauben im Vergleich zu Plattformgeräten für Vermessungszwecke zusätzlich den Abgriff von Beschleunigungen, Winkelgeschwindigkeiten und Orientierungsparametern des Gerätegehäuses. Nach einer einführenden Diskussion der Beobachtungsgrößen, der Messprozedur, des Fehlerverhaltens und der Zielgrößen wird eine Klassifizierung von Anwendungsbereichen angegeben. Die direkte Nutzung der Winkelgeschwindigkeiten ist für zwei Beispiele skizziert, die Krümmungsbestimmung von Rohrleitungen und die von Verkehrswegen. Der Artikel schließt mit einer Aufzählung augenblicklicher Trends in der Systementwicklung und dem Versuch, sie im Hinblick auf Ingenieurwendungen zu werten.

### Summary

Strapdown inertial navigation systems output accelerations, angular velocities, and attitude parameters of the instrument in addition to those quantities provided also by platform inertial surveying systems. An introductory discussion of the strapdown observables, the measurement procedure, the error behaviour, and the target quantities is followed by a classification of areas of application. Two examples outline the direct use of angular velocities: the determination of the curvature of pipelines and of roads or other ways of traffic. The article concludes with current trends in the field of systems development and an attempt to assess them in the light of engineering applications.

### Résumé

Les systèmes inertiels de navigation de type strapdown fournissent, en plus des données accessibles par les plates-formes inertielles, l'accélération, la vitesse angulaire et l'orientation de l'appareil. Une discussion concernant les quantités observables, le procédé de mesure et le comportement des erreurs précède une classification des champs potentiels d'applications. Deux exemples d'utilisation directe de la vitesse angulaire sont présentés, à savoir: La détermination du rayon de courbure de pipe-lines et celle des voies de circulation. L'article se termine par une revue des tendances actuelles touchant le développement de ces systèmes et tente d'évaluer leur potentiel pour les travaux de génie.

## 1. Einleitung

Inertiale Navigationsgeräte sind seit den 50er Jahren erfolgreich im Einsatz. Ihre Sensoren messen spezifische Kräfte und Winkelgeschwindigkeiten bezüglich des Inertialraums, aus denen Navigationsgrößen in einem nichtinertialen Koordinatensystem abgeleitet werden. Dem jeweiligen Stand der Technik entsprechend sind in den frühen Geräten beide Koordinatensysteme mechanisch realisiert worden. Mit dem Aufkommen elektronischer Rechner wurden die analog ausgeführten Berechnungen schrittweise durch elektronisch-digitale ersetzt. Semianalytische Geräte realisieren nur noch ein Koordinatensystem mechanisch durch eine nachgeführte, kardatisch aufgehängte Plattform, und in analytischen Geräten sind beide Koordinatensysteme nur noch in Form von Zahlen im Rechner vorhanden. Diese Geräte sind unter der Bezeichnung "Strapdown" oder deutsch gehäuseseit bekannt geworden. Sie haben im Vergleich zu semianalytischen Inertialgeräten keine Kardan-Aufhängung, verbrauchen erheblich weniger Energie, sind einfach zu warten, lassen sich leichter verschiedenen Aufgaben anpassen, sind zuverlässiger und erheblich billiger. Zur Zeit erreichen sie allerdings noch nicht die Genauigkeit der besten Plattformgeräte.

Vermessungstauglich gemachte semianalytische Geräte gibt es seit ca. 15 Jahren von den Firmen Litton, Honeywell und Ferranti. Sie sind auf die Positions- und Schwerbestimmung spezialisiert. Die Ausgabe von orientierungsabhängigen Größen ist unterdrückt. An der Universität Calgary wird augenblicklich daran gearbeitet, ein Strapdown-Gerät, bei dem alle interessanten Größen direkt abgegriffen werden können, auf Vermessungsaufgaben anzuwenden. Dabei haben sich interessante Perspektiven ergeben, die in den folgenden Kapiteln aus dem Konzept der trägergeresten Sensoren entwickelt werden. Besondere Beachtung findet die gleichwertige Behandlung von orientierungsabhängigen Größen, die von Vermessern meist etwas stiefmütterlich behandelt werden. Im Prinzip sind Winkelgeschwindigkeiten auch von semianalytischen Geräten als Abgriff der Plattformstabilisierenden Drehmomente erhältlich. Die analog-zu-digital-Wandlung dieser Größen ist jedoch von unbefriedigender Genauigkeit.

In der Ingenieurgeodäsie wurden und werden einzelne Sensoren für unterschiedlichste Aufgaben eingesetzt. Solche Strapdown-Anwendungen sind Sonderfälle der hier behandelten. Am bekanntesten ist die Nutzung eines Kreisel als Kompass, insbesondere unter Tage /12/. Eine intelligente Kombination von dreizahlvariablen Kreiseln und Pendel wurde zur analogen, kontinuierlichen Überhöhungsbestimmung von Schienen eingesetzt /05/. Moderne Beschleunigungsmesser dienen in Verbindung mit Fourier- und Modalanalysen der Bestimmung von Schwingungsvorgängen, z.B. bei Brücken /06/. Solche und andere Aufgaben können grundsätzlich zusätzlich zu den geodätischen Standardaufgaben Positionierung und Schwerfeldbestimmung mit Inertialgeräten gelöst werden. Sie sind damit Universalgeräte im weitesten Sinne. Einschätzungen resultieren nur aus dem Fehlerverhalten der Sensoren und des Gesamtsystems und aus der Maßprozedur. Ausführlichere all-

gemeine Einführungen in Strapdown-Systeme und ihre Navigationsanwendungen sind in /01/ enthalten. Vermessungsanwendungen werden in /02/, /08/ behandelt.

## 2. Strapdown-Konzept

### 2.1 Beobachtungsgrößen, Kalibrierung

Das Kernstück eines Strapdown-Inertialgerätes ist der Sensorblock, der drei Beschleunigungsmesser und drei Winkelgeschwindigkeitsmesser enthält, umgeben von Schaltern, Anzeige, Energieversorgung, Elektronik und Steckdosen. Das Gehäuse, in dem diese Teile untergebracht sind, realisiert das sensorfeste Koordinatensystem  $b$ . Sein Ursprung liegt nicht, wie manchmal behauptet wird, im Ursprung der Kreiselachsen, sondern nahe den Beschleunigungsmesserpuffmassen, die nur wenige mm auseinander liegen. Die Achsen der Sensoren sind genähert parallel zu den Gehäuseachsen ausgerichtet. Die beobachteten Größen sind spezifische Kraft  $f$  und Winkelgeschwindigkeit  $w$ .  $f$  setzt sich zusammen aus inertialer und Gravitationsbeschleunigung. Erstere enthält für Berechnungen in einem erdfesten Koordinatensystem Coriolis- und Zentrifugalbeschleunigung. Gravitations- und Zentrifugalbeschleunigung werden in praktischen Berechnungen zusammengefaßt zur Schwere  $g$ .  $w$  ist die Winkelgeschwindigkeit von  $b$  bezüglich eines beliebigen inertialen Koordinatensystems  $l$ , gemessen in Richtung der Winkelgeschwindigkeitsmessersachsen.  $f$  und  $w$  sind zu berichtigen wegen Nullpunkt-, Maßstab- und Ausrichtefehlern bzgl.  $b$ , die temperaturabhängig sind. Diese Fehler sind statischer Natur. Kompensiert werden ebenfalls dynamische Fehler wie Abhängigkeiten von  $w$  von  $f$  und unerwünschte Einflüsse von Vibrationen. Außerdem können Filter installiert sein, die stochastische Anteile der Meßgrößen vermindern. Als Ergebnis der Kompensation stehen  $f_b$  und  $w_b$  im System  $b$  der Gehäuseachsen zur Verfügung.

Die Erstellung des Kompensationsmodells geschieht durch die Kalibration. In kontrollierter Umgebung, z.B. auf einem Mehrachsendrehtisch, werden die  $o.a.$  Fehler möglichst einzeln angeordnet und in Modellparameter, z.B. Koeffizienten einer Reihenentwicklung für die Temperaturabhängigkeit des  $f_x$ -Nullpunktfehlers umgerechnet. Fehler in  $f$  werden statisch bestimmt, Fehler in  $w_b$  können nur durch Rotationen angeregt werden mit Ausnahme des Nullpunktfehlers. Ausgeklügelte Meßprozeduren oder externe Zusatzinformationen erlauben die Bestimmung von einigen dieser Fehler auch während der Messung.

Aus der Sicht der digitalen Weiterverarbeitung der Daten ist es wünschenswert, nicht analog-kontinuierlich zu beobachten, sondern digital zu diskreten Epochen. Dem ist in fast allen modernen Geräten entsprechend durch integrierende Sensoren, die je nach Umgebung und Einsatzzweck in Intervallen von ca. 1 bis  $10^{-4}$  sec ausgelesen werden (Beschleunigungsmesser für Vibrationsuntersuchungen bis  $10^{-8}$  sec). Das Ergebnis sind dann Ge-

Schwindigkeits- und Winkelinkremente; erstere enthalten noch den Gravitationseinfluss.

Fazit. Die Sensoren nehmen Größen wahr, die die 6 geometrischen Freiheitsgrade der Bewegung des Gehäuses im inertialen Raum unmittelbar enthalten. Diese und abgeleitete Größen stehen dem Nutzer eines Strapdown-Gerätes direkt zur Verfügung. Die Art der Verwertung ist völlig dem Nutzer überlassen und kann für verschiedene Anwendungen maßgeschneidert werden. Dabei ist ein Standardalgorithmus nützlich, mit dem die zweifache Integration von  $f_b$  und die einfache von  $w^{p1b}$  ausgeführt wird und der bereits eine Reihe von Zielparametern direkt liefert. Abb. 1 zeigt ein entsprechendes Blockdiagramm, bei dem als nichtinertiales Koordinatensystem das horizontal-nordorientierte 1 gewählt wurde. Zur Ableitung und Beschreibung solcher Algorithmen siehe z.B. /01,04/.  $f_b$  und  $w^{p1b}$  oder ihre Integrale über kurze Zeiträume haben naturgemäß bzgl. der 6 Freiheitsgrade, oder der Trajektorie  $r_e(t)$  und der Orientierung des Gehäuses  $R_{1D}(t)$  einen sehr lokalen Charakter, weil sie zeitliche Ableitungen dieser Größen darstellen. Aus diesem Umstand läßt sich direkt schließen, daß Langzeitintegrationen fehlersammelnd und ungenau sind, während die Stärke dieser Meßmethode in der Ableitung von lokalen oder Kurzzeit-Größen liegt. In Kap. 2.3 wird etwas genauer auf das Fehlerverhalten von Inertialsystemen eingegangen.

2.2. Meßprozedur

Die Meßprozedur gliedert sich in zwei Schritte, die Initialisierung auf einem Anfangspunkt und die folgende Meßphase, bei der das Gerät entlang einer Trajektorie bewegt wird.

Die Initialisierung kann ohne zusätzliche Information erfolgen und benutzt dann Erdrinkelgeschwindigkeitsvektor  $w^{p1e}$  und Schwervektor  $g_b$  im Anfangspunkt, um die Orientierung des Gehäuses und seinen Ort in einem erdfesten Koordinatensystem zu bestimmen. Diese Prozedur wird Selbstausrichtung genannt. Nacheinander werden die Horizontalebene in  $b$  mit Hilfe von  $g_b$ , und Osten innerhalb dieser Ebene mit Hilfe von  $w^{p1e}$  bestimmt. Die Horizontalkomponenten von  $g$  und die Ostkomponente von  $w^{p1e}$  sind Null. Falls die Orientierung des Gehäuses auf andere Weise bestimmt wird, z.B. durch mechanische oder optische Verbindung zum erdfesten Koordinatensystem  $e$  oder zu einem bekannten lokalen System  $l$  im Anfangspunkt, kann die zeitraubende (10min bis ca. 1h) Standlaufmessung entfallen. In der Praxis wird meist eine gestützte Ausrichtung durchgeführt, bei der Teile der Orientierung und Ort beschreibenden Parameter, z.B. Breite, Höhe und Azimut, dem Ausrichtungs-Algorithmus als bekannt zugeführt werden. Dies ist sinnvoll, da bzgl. der Sensorgenauigkeit  $g$  ein starkes, wie jedoch ein schwaches Signal ist, d.h. die Horizontalebene ist in  $b$  gut bestimmt, alle von  $w^{p1e}$  abhängigen Größen jedoch nicht. Zu letzteren zählen Breite  $\phi$  und Azimut  $\lambda$ , wie die hier nicht abgeleiteten Beziehungen zeigen mögen:

$$\phi = \arccos(\langle g^b, w^{p1e} \rangle / (|g^b| \cdot |w^{p1e}|)) - \pi/2, \quad \langle \dots \rangle \dots \text{Skalarprodukt}$$

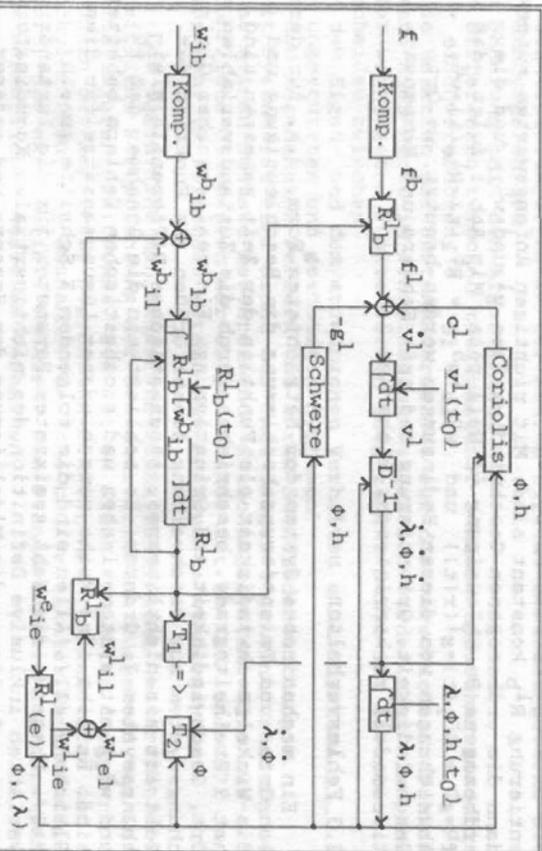


Abbildung 1: Blockschaltbild zum Standardalgorithmus. Alle angegebenen Größen stehen beim Strapdowngerät zur Verfügung. Erläuterungen:

- $f_b$  Koordinaten der spezifischen Kraft in  $b$
- $w^{p1e}$  Winkelgeschwindigkeit von  $e$  bzgl.  $l$  in  $l$
- $R^{l,b}$  Rotationsmatrix von  $b$  nach  $l$
- $A, \phi, h$  Länge, Breite, Höhe
- $T_1 : R^{l,b} \Rightarrow \text{Roll-, Nick-, Gierwinkel}$
- $T_2(\phi) : (\dot{\lambda}, \dot{\phi}) \Rightarrow w^{1e1}$
- $D(\phi, h) : (\dot{\lambda}, \dot{\phi}, \dot{h}) \Rightarrow v^1$
- Koordinatensysteme:
  - $b$  gehäusefest; Achsen rechts, vorn, oben;
  - $l$  Ursprung nahe Beschleunigungsmessersprüfmassemittelpkt lokal; Achsen Ost, Nord, Zenit; Ursprung wie  $b$
  - $e$  erdfest; CIO-Greenwich-orientiert; Ursprung Erdmittelpkt
  - $l$  inertial; CIO-Frühlingspunkt-orientiert
  - $f$  Frenet; Achsen Tangente, Haupt-, Binormale; Ursprung wie  $b$

$$A = \arctan((-g_z^b \cdot w_x^{p1e} + g_x^b \cdot w_z^{p1e}) / (-g_y^b \cdot |w^{p1e}| \cdot \sin\phi + |g^b \cdot w_y^{p1e}|))$$

Während der Meßphase werden die Meßwerte und abgeleitete Größen, wie Koordinaten der Trajektorie und Orientierung des Gehäuses, einer internen Uhr zugeordnet. Um das Anwachsen der Fehler zu begrenzen, siehe Kap. 2.3, müssen der internen Uhr regelmäßig bekannte Größen zugeordnet werden. Steht solche geräteexterne Information nicht zur Verfügung, so ist die billigste, wenn auch nicht unbedingt bequemste Methode, die Meßphase zu modifizieren. Das Gerät wird alle paar Minuten für ungefähr 20 Sekunden in eine beliebige erdfeste Ruhelage gebracht (ZUPF).

Die externe Information besteht darin, daß Ort  $(\lambda, \phi, h)$  und Orientierung  $R_{lp}$  konstant sind. Mit richtigen Anfangswerten müssen dann die erbezogenen Geschwindigkeiten  $v_l$  und  $w_{lp}$  und die erbezogene Beschleunigung  $\dot{v}_l$  Null sein. Mit Abb. 1 folgt, daß  $f_b = g_b = R_{p1}(t) \cdot g_l(r(t))$  und  $w_{lp} = w_{pl} = R_{p1}(t) \cdot p_{le}(t) \cdot w_{le}$ . Abweichungen von diesen Bedingungen werden benutzt, um Ort-, Geschwindigkeit, Orientierung und ggf. Schwere und Kompensationsmodell zu korrigieren, siehe Kap. 2.3.

### 2.3 Fehlerverhalten

Ein mechanisches System der betrachteten Form, d.h. für dessen Orts- und Orientierungsbestimmung die Beschleunigung und die Winkelgeschwindigkeit als Funktion der Zeit gemessen sind, hat 9 Freiheitsgrade, beschrieben durch die Zustandsvariablen Ort, Geschwindigkeit und Orientierung. Ein realistisches Gleichungssystem zur Beschreibung dieser Größen als Funktion der Zeit ist ein nichtlineares, stochastisches Differenzialgleichungssystem 2. Ordnung. Es schließt ein die Annahme, daß  $f_b$  und  $w_{lp}$  mit systematischen und stochastischen Fehlern behaftet sind. Es gibt eine Reihe verschiedener Lösungsansätze für diese Gleichung /11/. Allen sind die folgenden 3 Schritte gemein /10/. Erstens, die Wahl geeigneter Parameter für die Zustandsvariablen inklusive Definition des nichtinertialen Koordinatensystems. Zweitens, die Modellierung der Sensor- und anderer Fehler, und drittens, die Linearisierung an der Stelle von Näherungswerten für die Zustandsvariablen entlang der Meßzeit.

Der Standardalgorithmus in Abb. 1 sorgt für die Näherungswerte und enthält die sog. Mechanisierungsgleichungen. Als Fehlermodell - unter "Fehler" wird der Zuschlag zu den Näherungswerten der Zustandsvariablen verstanden, nicht etwa ein stochastischer Fehler - verbleibt ein lineares, inhomogenes, stochastisches Dgl.-System 2. Ordnung in den 3 Gleichungen für  $f$  und 1. Ordnung in den 3 Gleichungen für  $w_{lp}$ , das 9 gekoppelten Dgl. 1. Ordnung äquivalent ist. Besonders geeignet zur Lösung dieses Systems sind Kalman-Filter u.a. wegen ihrer einfachen Modifizierbarkeit für verschiedene Spezialfälle. Sie bestehen aus einem Prädiktionsteil, der die dynamische Kopplung der Zustandsvariablen und der Sensorfehler und ihre zeitliche Fortpflanzung bestimmt, und dem eigentlichen Filterteil, in dem prädiizierte Werte und externe Information im statistischen Sinn optimal zu verbesserten Werten der Zustandsvariablen kombiniert werden. Da in die Bestimmung der Zustandsvariablen in einem Punkt der Trajektorie die gesamte zurückliegende Information eingeht, nicht jedoch die nachfolgende, wird das Kalman-Filter nach Abschluß der Messung ausgehend vom letzten Punkt in rückwärts fortschreitender Zeit noch einmal angewendet. Beide Berechnungen werden kombiniert. Das Verfahren wird Glättung genannt.

Die Schätzung der Zustandsvariablen ist u.a. beeinflusst von stochastischen Fehlern in den Meßgrößen, Restfehlern in Nullpunkt, Maßstab und Ausrichtung der Sensoren, die z.T. von Tag zu Tag oder von Einschalten zu Einschalten variieren können.

- Quantisierungsfehlern der analog-digital-Umwandlung,
- Rundungsfehlern,
- Näherungen in den Algorithmen,
- Differenzen zwischen tatsächlicher Schwere und Schweremodell (Schwerestörung).

Die Reaktion der Zustandsvariablen auf die verschiedenen Fehler kann hier nicht im einzelnen wiedergegeben werden. Nur ein paar der wichtigsten Punkte werden aufgezählt. Dabei ist zu unterscheiden zwischen

- dem Eigen- und dem erzungenen Verhalten eines Systems
- dem gestützten und gestützten Systemen
- den sogenannten Fehlern und ihren Standardabweichungen.

Mit System ist hier nicht das Inertialgerät gemeint, sondern das seinen Zustand beschreibende Gleichungssystem. Eine ausführliche Diskussion der obigen Punkte ist in /10/ und /07/ gegeben. Im folgenden werden nur Kernpunkte wiedergegeben.

Das Eigenverhalten eines ungestützten Systems beschreibt die zeitliche Fortpflanzung der Zustandsvariablen ausgehend vom Inertialisierungszeitpunkt. Sie ist in allen Variablen dominiert von in der Amplitude begrenzten Schwingungen, allen voran der Schulerschen, mit Ausnahme von Höhe und vertikaler Geschwindigkeit, die exponentiell wachsen. Die Standardabweichungen zeigen im wesentlichen dasselbe Verhalten.

Das erzungene Verhalten eines ungestützten Systems ist verursacht durch alle o.a. Fehler und überlagert sich dem Eigenverhalten. Mit der Annahme eines erzungenen Systemverhaltens werden nicht nur die Höhen, sondern auch andere Zustandsvariablen instabil, was in Kurzzeitanwendungen für ausreichend gut kalibrierte Systeme jedoch unkritisch ist. Nach 1h wird die horizontale Position immer noch mit einer Genauigkeit von 1-3km angezeigt. Für geodätische Positionierung ist dies natürlich unbrauchbar, weshalb eine Stützung unerlässlich ist.

Die Zustandsvariablen gestützter Systeme haben reduzierte Fehler und Standardabweichungen. Im allgemeinen ist die externe Information so gewählt, daß das System stabil ist. Jede Art von externer Information entlang der Trajektorie kann sinnvoll bewertet werden. Koordinaten, Geschwindigkeiten, Schwere, Richtung der Trajektorie, Gehäuseorientierung usw., sofern sie genauer ist als der systemeigene Zustandsvektor zur jeweiligen Epoche. Jedoch beeinflusst nicht jede dieser Größen alle Zustände. Durch regelmäßige Standardmessungen (ZUP) der ersten Geschwindigkeiten lassen sich die Genauigkeit der Trajektorie um den Faktor 10<sup>2</sup> bis 10<sup>3</sup> steigern und die Höhenparameter stabilisieren. Eine nachfolgende Glättung verbessert die Ergebnisse noch einmal um den Faktor 2 bis 10.

### 2.4 Zielparameter

Ein Blick auf Abb. 1 zeigt, daß der Orientierungsteil des Algorithmus im unteren Teil des Blockdiagramms fast selbstständig arbeitet. Er benötigt lediglich Nord- und Ost-Geschwindigkeitskomponenten und die aktuelle Breite. Fehlen diese, ist der

Algorithmus für Anwendungen in lokalen Bereichen immer noch brauchbar. Er liefert dann Orientierungen relativ zu der im Initialisierungspunkt. Der obere, Geschwindigkeits-Orts-Teil des Algorithmus hängt jedoch notwendig von der Orientierung der Beschleunigungsmesser ab. Welche Sensoren nun die wichtigsten sind, ist eine müßige Frage. Interessanter ist ein Blick in die Möglichkeiten, die sich aus einer Kombination der im Grundalgorithmus bereitgestellten Größen ergibt. Außer  $f_b$  und  $w_{pb}^{1b}$  liefert er bereits direkt

- $v_l^1$  erdbezogene Beschleunigung; ausgedrückt in  $l$
- $\lambda, \phi, h$  ( $\lambda, \phi, h$ ) erdbezogene Geschwindigkeit, in  $l$  und  $e$
- $\lambda, \phi, h$  Ort (Trajektorie), in  $e$
- $w_{pb}^{1b}$  Winkelgeschwindigkeit von  $b$  bzgl.  $l$ , in  $b$
- $w_{el}^{1e}$  Winkelgeschwindigkeit von  $l$  bzgl.  $e$ , in  $l$
- $R_b$  Rotation von  $b$  nach  $l$
- $R_l$  Rotation von  $e$  nach  $l$ , sofern  $\lambda$  mitberücksichtigt wird, was zur Transformation von  $w_e$  von  $e$  nach  $l$  unnötig ist.

Die Koordinatensysteme  $l, e, l, b$  sind in Abb. 1 definiert. Unmittelbar abzuleiten sind

- $\lambda, \phi, h$  aus  $v_l^1$
- $R_e$  aus  $\lambda, \phi, h$
- $R_b$  aus  $R_l, b$  und  $R_l^e$
- $w_{pb}^{1b}$  aus  $R_b, w_{pb}^{1b}$  und  $w_{el}^{1e}$
- alle bereits in einem Koordinatensystem gegebenen Vektorgößen, z.B.  $w_{pb}^{1b}$ , in den anderen Systemen  $e, l, b$  und mit  $R_e$  in  $l$
- Winkel oder andere Rotationsparameter aus den Rotationsmatrizen, z.B. in Abb. 1 die Transformation  $T_1$ ; Nick-, Roll-, Gierwinkel aus  $R_l, b$ .

Weiter lassen sich berechnen

- Parameter der Trajektorie, wie Azimut, Steigung, Krümmung, Torsion (Deformation)
- die Orientierung der Invarianten Krümmung und Torsion, z.B. in  $l$ . Sie ist gegeben durch die Rotationsmatrix  $R_l^e$  von Trajektorie-begleitendem Frenet-Koordinatensystem  $f$  nach  $l$ .
- die Orientierung des Gehäuses in Bezug auf die Trajektorie oder genauer in Bezug auf  $f, R_f^b$
- höhere zeitliche Ableitungen von Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten mit Hilfe von Differenzierungs- oder Differenzverfahren (Kinetik der Gehäusebewegung, z.B. Querruck im Straßen- u. Schienenbau)

### 3. Anwendungsbereiche

Besonders geeignet sind Inertialgeräte zur Bestimmung von lokalen oder Kurzzeit-Parametern, die entlang einer Trajektorie oder in sehr dichter Folge benötigt werden. - Aus dieser Sicht ist die geodätische Punktbestimmung eine recht exotische Anwen-

dung, da die gesamte intermediale Informationsfülle entweder weggeworfen wird oder gar nicht erst zur Verfügung steht. - Einschränkungen der Anwendungsbereiche ergeben sich - aus der Notwendigkeit, entlang der Trajektorie über externe Information zur Stützung der Auswertung zu verfügen, was ggf. die Meßprozedur beeinflusst.

- aus der notwendigen Initialisierung des Gerätes von mindestens ein paar Minuten Dauer und
- aus der Art, der Sensitivität, der Genauigkeit und dem Frequenzverhalten der Sensoren.

Die Trajektorien können frei sein oder entlang Führungen verlaufen. Im allgemeinen ist dann nicht die Trajektorie von  $b$  Zielparameter, sondern eine Nachbartrajektorie, zu der eine kontinuierliche Verbindung mechanisch oder durch andere Meßinstrumente hergestellt werden muß. Der Fall freier Trajektorien tritt auf bei den klassischen geodätischen Anwendungen Positionierung und Schwerfeldbestimmung in Einzelpunkten. Dabei haben zwei Eigenschaften ein Inertialgerät von anderen ab: es operiert unabhängig und die Wahl der Punkte hängt nicht von Sichtverbindungen ab. Zur Anlage von Traversen und Netzen, zur Behandlung von Bedingungen bei mehrmaligen Anlaufen eines Punktes und zur Schwerfeldbestimmung gibt es reichhaltig Literatur, siehe /08/ und den Übersichtsartikel /03/.

Die Orientierung des Gehäuses  $b$  bzgl. der Trajektorie, genauer bzgl. des Frenet-Systems  $f(r(t))$ , kann ebenfalls frei, teilgebunden oder gebunden sein. Von den drei Parametern der Rotationsmatrix  $R_b^f$  können einige konstant oder gegeben, also nicht frei sein. Solche Bindungen bewirken eine direkte Abhängigkeit zwischen z.B. dem Tangentenvektor des Frenet-Systems, dessen Richtung der der Geschwindigkeit gleich ist, und den Basisvektoren von  $b$ . Im Hinblick auf die bereitstehende oder bereitstellende externe Information folgt, daß die Stützung einer Zustandsvariablen gleichzeitig auch andere stützt, und deshalb ein System mit gebundener Orientierung einfacher zu stabilisieren ist.

Bei der Fülle der anfallenden Daten stellt sich die Frage, ob die Anwendungsbereiche durch begrenzte Speicherkapazität eines Datenträgers eingeschränkt sind. Bis vor Kurzem war die Antwort: ja. Die Echtzeit-Auswertung mit z.B. einem Kalman-Filter war notwendig, weil es gleichzeitig eine starke Datenkompression auf ein paar abgeleitete Parameter in den Haltepunkten vornahm. Heute ist die Antwort eindeutiger: nein. Moderne Speichereinrichtungen bringen Gigabites auf Trägern in der Größe von Musikassetten unter, so daß dieser Zwang entfällt. Mit heutigen Rechnern können sogar alle Zielparameter in Echtzeit berechnet und gespeichert werden und liegen spätestens am Ende der Meßphase vor. Dies beschleunigt insbesondere die Plausibilitätskontrolle der Ergebnisse. Eine Genauigkeitssteigerung durch Glättung ist nur nach Abschluß der Messung möglich.

4. Ingenieurgeodätische Anwendungsbeispiele

Die externe Information kann entweder durch Kombination mit anderen Geräten erzeugt werden oder liegt schlicht in Form von Daten entlang der Trajektorie vor. Beispiele für den ersten Fall sind die Kombination mit einem Laserprofil-Abtaster im Flugzeug zur Höhenmodellierung und die Kombinationen mit einem Gradiometer im Flugzeug oder mit einem GPS-Empfänger zur Schwerfeldbestimmung und Positionierung, siehe z.B. Sitzung 6 in /08/. In dem Fall der Positionierung entlang Straßen oder Schienen ist die gehäufte Montage eines Kurzstreckentachymeters nützlich /09/. Dies ist der auf Einzelpunkte reduzierte Fall der Bestimmung einer Nachbartrajektorie. Auf zwei Beispiele wird nun näher eingegangen, in denen insbesondere die Winkelgeschwindigkeiten vorteilhaft benutzt werden.

Flüssigkeits- oder Gasleitung

Ein Strappedown-Gerät wird mit Energieversorgung, Rechner und Datenspeicher in eine Kokille (engl.: "pig" bei Ölleitungen) gesteckt, die durch die Leitung gepreßt wird. Ein Charakteristikum dieser Anwendung ist, daß die Geschwindigkeit  $v(t)$ , die immer parallel der Trajektorientangente  $f_x$  ist, hier zusätzlich immer parallel einer festen Richtung in  $b$  ist, z.B. der  $b_y$ -Achse wie in Abb.2. D.h. zwei Parameter in  $R^3$  sind als Konstanten vorgegeben, die Kokille kann sich nur um die Tangentenrichtung frei drehen. Es liegt also ein Fall der teilgebundenen Orientierung vor. Die Kokille hat nur 4 geometrische Freiheitsgrade der Bewegung im  $R^3$ , bzgl. der vorgegebenen, aber unbekannteren Trajektorie sogar nur 2. Die Krümmung ist dann einfach ableitbar:

$$\dot{\alpha}(t) = \dot{\alpha}(t) / |v(t)| \cdot \dot{\alpha} = ((w_y^f e_b)_2 + (w_z^f e_b)_2) / |v(t)|$$

wobei  $\dot{\alpha}$  der Betrag des Winkelgeschwindigkeitsvektors  $w^f$  quer zur Tangente ist. Für  $b_y$  parallel  $f_x$  und die hier ausreichende Näherung  $w_{eb} = w_{1b}$  ist  $\dot{\alpha} = ((w_x^f d_{1b})_2 + (w_z^f d_{1b})_2) / |v(t)|$

direkt durch Meßgrößen gegeben, die konstante Rotation von  $b$  nach  $f$  entfällt. Die Richtung des Hauptnormalenvektors  $f_y$  (Richtung des lokalen Krümmungsradius) ist in  $b$  gegeben durch

$$f_y^b(t) = [-w_z^b e_b(t), 0, w_x^b e_b(t)]^T / \dot{\alpha}$$

und kann in jedem anderen Koordinatensystem beschrieben werden. In  $b$  ist diese Richtung gegeben durch nur einen Winkel

$$\beta(t) = \arctan(-w_z^b e_b(t) / w_x^b e_b(t))$$

Seine zeitliche Änderung reduziert um die des Rollwinkels  $R$  ergibt die Torsion

$$\tau(t) = (\dot{\beta}(t) - \dot{R}(t)) / |v(t)|$$

Die so unter Nutzung der teilgebundenen Orientierung abgeleiteten Invarianten sind lokal genauer als ohne Bindung aus Koordinaten abgeleitete, bei denen die letzte Integration durch eine Differenziation rückgängig gemacht werden müßte. Außerdem wird

eine Reihe von überflüssigen Operationen auf dem direkten Weg vermieden.

Ein zweites Charakteristikum sind lange Zeitspannen zwischen Punkten mit bekannten Koordinaten und eine nicht variiere, fest vorgegebene Meßprozedur. Standardmessungen (ZUPR) entlang der Trajektorie sind nicht möglich. Der Vergleich der Invarianten mit zurückliegenden Messungen oder mit Bauplänen ergibt Deformationen der Leitung. Die Kokille beherrscht meist weitere Sensoren, die eine Abweichungen vom Sollquerschnitt und die Wandstärke der Leitung messen.

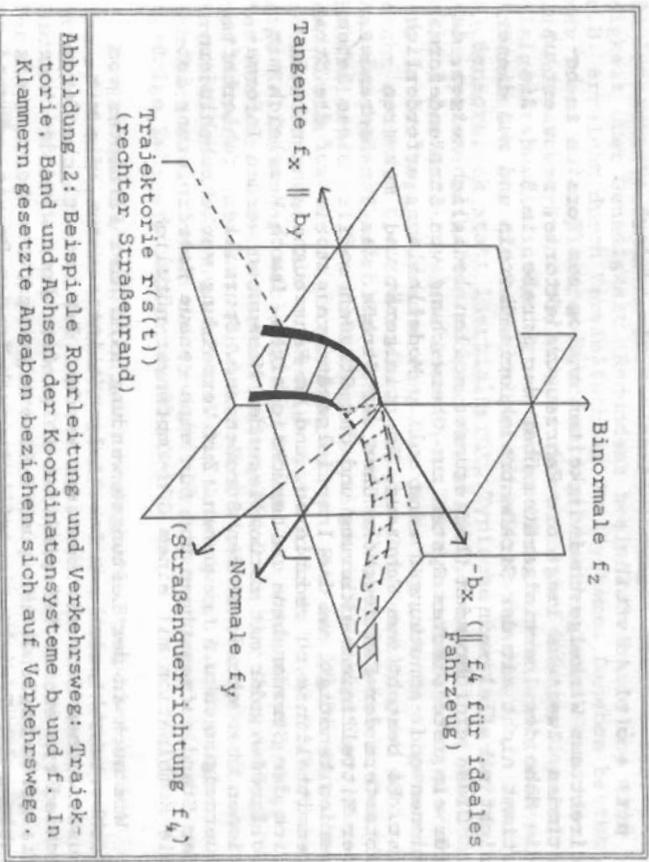


Abbildung 2: Beispiele Rohrleitung und Verkehrsweg: Trajektorie, Band und Achsen der Koordinatensysteme  $b$  und  $f$ . In Klammern gesetzte Angaben beziehen sich auf Verkehrsweg.

Verkehrsweg

In idealisierter und vereinfachter Form sind Verkehrsweg im allgemeinen als endliche zweidimensionale Mannigfaltigkeiten, Bänder, darstellbar. Dieses Idealbild einer Straße oder zumindest einer Fahrspur ist eine Fläche mit Flächenkrümmung Null, und ihr mathematisches Modell ist durch drei Größen beschreibbar, siehe Abb.2:

- die Trajektorie  $r(s(t))$  · s... Länge.
  - die Richtung  $f_q$  einer Geraden quer, genauer senkrecht zur Trajektorie und
  - ein oder zwei Abständen zu den Fahrhahnrändern, gemessen entlang der Geraden.
- Zur Definition eines Bandes wird also neben den drei  $f$ -Richtungen der Straßentrajektorie noch eine weitere benötigt, die die lokale Bandorientierung bzgl.  $f$  festlegt. Dieser Vektor  $f_q$

liegt in der Normalebene und ist in  $f$  durch nur einen Winkel  $\alpha(f(t))$  gegeben.

Führt ein ideales Fahrzeug mit einem fahrzeugfesten Inertialgerät über ein Band, so lassen sich nur zwei Aussagen machen. Erstens ist die lokale Tangentialebene der Straße ableitbar. Sie ist aufgespannt durch  $f_x(\text{Straße})$  und  $f_y(\text{Straße})$  und parallel der durch die Räder oder  $b_x$  und  $b_y$  aufgespannten Ebene. Nur einer der drei Parameter in  $R_{f(\text{Straße})}$  ist konstant. Das kann hier nach Reduktion der Fahrzeug- auf die Straßentrajektorie ausgenutzt werden, um die Bandinvariante

$$u(t) = \dot{\alpha}(t) / |v(t)|$$

direkt aus Winkelgeschwindigkeiten analog zur Torsion zu bestimmen. Zweitens liegt die Fahrzeugtrajektorie, reduziert um die Höhe des Inertialgerätes über der Straße, im Band. Sie stimmt nicht mit der Straßentrajektorie überein und muß dieser nicht parallel sein.

Diese einführenden Überlegungen sollen lediglich zeigen, daß für ein integriertes System zur Überwachung von Straßendeformationen und -abnutzungen eine solide Modellbildung erforderlich ist. Es besteht aus Fahrzeug, Inertialgerät und mehreren Abtastern der Fahrzeughöhe über der Straße, des Straßenrandes, der Mittelmarkenmarkierung und des Straßenprofils. Diese Daten werden benötigt, um die Inertialgerätrajektorie auf die Straßentrajektorie zu reduzieren, und um Fahrzeugneigungen bezüglich der Straßenebene zu berücksichtigen. Durch Vergleich mit Sollgrößen oder mit zurückliegenden Messungen werden Informationen über abbrockelnden Straßenrand, Spurrillen, fehlerhafte Querneigungen u.ä. gewonnen. Zur Vermeidung Verkehrsbehinderungen der Standaufmessungen und für eine genaue Koordinatierung ist die Kombination mit einem GPS-Empfänger nützlich.

Wie auch in der Leitungsanwendung sind hier Parameter von Nachbartrajektorien zum Inertialgerät interessant, die mit zusätzlichen Sensoren bestimmt werden. Der wesentliche Unterschied zum ersten Beispiel ist folgender. Dort wird das Inertialgerät bzgl. 2 Orts- und 2 Orientierungsparametern streng entlang der Trajektorie geführt, auch in der Praxis, während es hier bzgl. nur je 1 Orts- und Orientierungsparameter innerhalb einer Fläche, des Bands, geführt wird, und in der Praxis nur eine welche, permanent auszumessende Führung besteht. Die Beispiele sind so gewählt, daß sie ein Konzept aufzeigen, das sich an andere Verkehrswege oder schmale, langgestreckte Objekte mit geringen Modifikationen anpassen läßt, z.B. an ein- oder mehrgleisige Schienen jeden Querschnitts, Tunnel, Bohrlöcher, Schächte, siehe Schäffler und Heger in /02/, usf..

##### 5. Entwicklungen und ihr Einfluß auf die Ingenieurgodäsie

Vier Entwicklungen lassen sich augenblicklich auf dem Gerätemarkt feststellen.

1) Billige Strapdown-Geräte untergeordneter Genauigkeit. Die Verbilligung wird erreicht durch elektrooptische Winkelge-

schwindigkeitsmesser, die die Kreisel ersetzen.

2) Hochgenaue Systeme. Bisher basieren die genauesten Systeme immer noch auf Kreiseln, die jedoch aus konzeptionellen Gründen bei hoher Auflösung keine hohen Drehraten übertragen. Ringlaserwinkelgeschwindigkeitsmesser haben dieses Problem nicht, dafür jedoch das des Koppelverlusts der zwei gegenläufigen Laserstrahlen. Hier gibt es bessere als die augenblicklich angewandte Lösungstechnik und eine Genauigkeitssteigerung ist in Sicht. Mittel- bis langfristig werden Kreisel auch in diesem Bereich abgelöst werden.

3) Integrierte Systeme. In vielen Anwendungen steht Zuverlässigkeit über Genauigkeit, Redundanz beeinflusst beide und wird z.B. erreicht durch Vervielfachung der Systeme. Daneben besteht der Trend zu komplexeren Systemen von verschiedenen Sensoren und Auswertegeräten. Sie dienen nicht nur der Stützung des Inertialgerätes. Ein integriertes System liefert mehr und genauere Information als die Summe seiner Einzelkomponenten.

4) Sensorblock statt Inertialgerät. Typische inertielle Navigationssysteme enthalten programmierte Kleincomputer, die bis zur Hälfte des Gesamtpreises ausmachen. Für Spezialanwendungen wie die in der Ingenieurvermessung ist diese Vorgabe im allgemeinen nicht optimal. Die Entwicklung auf dem Gerätemarkt geht dahin, daß zunehmend Sensorblöcke ohne Rechner verkauft werden. Den kalibrierten Blöcken sind komplexeren hat. Für den Käufer hat dies der Käufer selbst zu programmieren hat. Für den Käufer hat dies mehrere Vorteile. Die aufwendige und wirklich "know-how"-abhängige Kalibrierung verbleibt der Firma. Die Wahl eines geeigneten Rechners und die Bereitstellung spezifischer Programme ist dem Nutzer überlassen. Außerdem wird wirklich nur gekauft, was tatsächlich gebraucht wird und die Nutzung ist nicht eingeschränkt durch Normen des Navigationsgerätemarktes, wie z.B. zu niedrige Zahl signifikanter Stellen.

Es ist nicht zu erwarten, daß hochgenaue Strapdown-Geräte dem zivilen Markt in absehbarer Zeit zur Verfügung stehen. Im Bereich der relativen Positionierung werden Inertialgeräte in Zukunft mit semiklinematischen GPS-Methoden konkurrieren müssen. Der Kombination GPS-Empfänger - Inertialgerät kann wegen des sich optimal ergänzenden Informationsgehaltes beider Systeme eine weite Verbreitung vorhergesagt werden. Daneben gibt es die weitgefächerten, aber umsatzschwachen Spezialanwendungen, für die die Sensorblöcke besonders geeignet sind. Dieses "Strapdown"-Arbeitsfeld sollte von Geodäten nicht übersehen werden.

##### Literatur

/01/ AGARD Lect.Ser.No.95: Strapdown Inertial Systems. May 1978

/02/ Beiträge zur Inertialgeodäsie. Hrsg. Caspary, Hein, Schödlbauer. Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen. Heft 22. Universität der Bw München 1986

- /03/ Boedecker, G.: Zur Ausgleichung von Inertialnetzen. Z.f.Vermessungsw. (1987)21-29
- /04/ Britting, K.: Inertial Navigation System Analysis, Wiley-Interscience, New York 1971
- /05/ Erimann, Th.: Bestimmung einer horizontalen Bezugsebene auf bewegten Fahrzeugen mit Hilfe nichtkardanisich aufgehängter Kreisel, in: Kreiselprobleme/Gyrodynamics, Symposion Celerina, Schweiz, 20.-23.08.1962 der IUTAM, Hrsg. H. Ziegler, Springer, Berlin 1963
- /06/ Ewins, D.J.: Modal Testing: Theory and Practice Research Studies Press Ltd., Letchworth, Hertfordshire, England, Reprinted for Bredel&Jaer, 1986
- /07/ Krickmeyer, E. u. K.-P. Schwarz: Error Characteristics of Inertial Systems from the Viewpoint of Oscillation Theorie, Vortrag, International Workshop on High Precision Navigation, organisiert vom Sonderforschungsbereich 228, Stuttgart und Altenstein-Wart, 17.-20. Mai 1988
- /08/ Proc. of the 3. Int. Symp. Inertial Technology for Surveying and Geodesy, Banff, Canada, 16.-20.09.1985, Ed. K.-P. Schwarz, Div. Surveying Eng., Uni. Calgary
- /09/ Rüeger, J.M.: High Accuracy in Short ISS Missions, Bull.Geod.60(1986)155-167
- /10/ Schwarz, K.-P.: The Error Model of Inertial Geodesy - a Study in Dynamic System Analysis, in: Math. and Num. Techniques in Phys. Geodesy, Ed. H. Sünkel, Springer, Berlin 1986
- /11/ Schwarz, K.-P.: Inertial Modeling - a Survey of Some Open Problems, Bull.Geod.60(1986)105-120
- /12/ Stier, K.H.: Der Vermessungskreiselkompass und seine Einsatzbedingungen, Z.f.Vermessungsw.(1962)1-6, 57-65

Dank

Ein Forschungsprojekt mit der Firma Pulsearch Consolidated Technology Ltd, Calgary, über Anwendungen von Inertialgeräten in der Ölfeldüberwachung gab die Anregung zu dieser Arbeit.

Adresse der Autoren

Dr.-Ing. E.H. Krickmeyer  
 Prof.Dr. K.-P. Schwarz  
 Dr.-Ing. P.J.G. Teunissen  
 The University of Calgary  
 Dept. of Surveying Engineering  
 2500 University Drive N.W.  
 Calgary, Alberta  
 Canada T2N 1N4

\* Gastwissenschaftler von der  
 Niederländischen Organisation  
 für wissenschaftliche  
 Forschung (N.W.O.)